

*Муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение*

*«Гимназия №11 города Ельца» Липецкой области*

**Исследовательский проект**

## *«Треугольник Паскаля»*

**Выполнила:**

ученица 7А класса  
МБОУ «Гимназия №11 г. Ельца»  
Грошева Дарья

**Руководитель проекта:**

Немцова И.А. – учитель математики  
МБОУ «Гимназия №11 г. Ельца»

**2025 год**

## Исследовательский проект: «Треугольник Паскаля»

*«Предмет математики столь серьезен, что не следует упускать ни одной возможности сделать его более занимательным»*

*Б. Паскаль*

Основные цели проекта:

1. **Развитие интереса к математике:** Треугольник Паскаля демонстрирует удивительные закономерности и свойства чисел, что помогает заинтересовать учащихся и мотивировать их к изучению математики.
2. **Обучение основам комбинаторики:** Проект позволяет учащимся познакомиться с основными понятиями комбинаторики, такими как биномиальные коэффициенты и факториалы.
3. **Формирование навыков анализа и синтеза:** Учащиеся учатся анализировать структуру треугольника, выявлять закономерности и формулировать гипотезы.
4. **Развитие творческих способностей:** Проект включает элементы творчества, такие как создание собственных рисунков и моделей треугольника Паскаля.

Этапы реализации проекта:

1. **Знакомство с историей:** Изучение истории открытия треугольника Паскаля, знакомство с биографией Блеза Паскаля и его вкладом в математику.
2. **Практическое построение:** Создание собственного треугольника Паскаля вручную или с использованием компьютерных программ.
3. **Анализ свойств:** Исследование свойств треугольника, выявление закономерностей и формирование гипотез.
4. **Творческая работа:** Создание художественных работ, вдохновленных структурой треугольника Паскаля.
5. **Подведение итогов:** Презентация результатов исследования, обсуждение полученных выводов и обмен впечатлениями.

Материалы и оборудование:

- Бумага и карандаши
- Компьютерные программы для построения графиков и диаграмм
- Краски и кисти для художественного оформления

**Гипотеза:**

Если числа треугольника Паскаля обладают особыми свойствами, то его можно считать уникальным для решения различных задач

**Задачи:**

- определить применение свойств чисел треугольника Паскаля;
- изучить литературу по теме «Треугольник Паскаля»;
- выявить свойства чисел, входящих в состав треугольника Паскаля;
- сформулировать вывод и итоги исследования;

**Объект исследования:** треугольник как геометрическая фигура

**Предмет исследования:** свойства треугольника Паскаля

**Методы исследования:**

- аналитико-статистическая работа со справочной, научно-познавательной и специальной литературой;
- поиск информации в интернет - ресурсах.

**1. Знакомство с историей: Изучение истории открытия треугольника Паскаля, знакомство с биографией Блеза Паскаля и его вкладом в математику.**

В своей работе я хочу доказать гипотезу, что числа треугольника Паскаля обладают особыми свойствами; приведу примеры задач с их решением; построю треугольник Паскаля и расскажу о свойствах чисел входящих в его состав.



Блез Паскаль родился 19 июня 1623 г. в г. Клермон-Ферран, Франция — 19 августа 1662, Париж, Франция) — французский математик, механик, физик, литератор и философ. Классик французской литературы, один из основателей математического анализа, теории вероятностей и проективной геометрии, создатель первых образцов счётной техники, автор основного закона гидростатики. Природа наделила Паскаля необычайными способностями, но обделила здоровьем. Заметив сильный интерес сына к геометрии, отец запретил ему заниматься ей, так как мальчик не раз бывал на грани жизни и смерти. Однако, после того, как он сам доказал, что сумма углов треугольника равна двум прямым углам, отец сдался и не стал ему ничего запрещать. Прогресс человечества во многом связан с открытиями, сделанными гениями. Одним из них является Блез Паскаль. Все научные достижения этого великого ученого трудно перечислить. К их числу относится одно из самых элегантных изобретений в мире

математики — треугольник Паскаля.

Блез Паскаль по современным меркам умер рано, в возрасте 39 лет. Однако за свою короткую жизнь он проявил себя как выдающийся физик, математик, философ и писатель. Благодарные потомки назвали в его честь единицу давления и популярный язык программирования Pascal. Он уже более 60 лет используется для обучения написания различных кодов. Например, с его помощью каждый школьник может написать программу для вычисления площади треугольника на «Паскале», а также исследовать свойства схемы, о которой речь пойдет ниже

Как уже было сказано, этот великий французский ученый внес огромный вклад в математическую науку. Одним из его безусловных научных шедевров является «Трактат об арифметическом треугольнике», который состоит из биномиальных коэффициентов, расставленных в определенном порядке. Свойства этой схемы поражают своим разнообразием, а сама она подтверждает пословицу «Все гениальное — просто!».

## **2. Практическое построение: Создание собственного треугольника Паскаля вручную или с использованием компьютерных программ.**

Прежде чем исследовать интереснейшие свойства треугольника Паскаля, прекрасного в своем совершенстве и простоте, стоит узнать, что он из себя представляет. Говоря научным языком, эта числовая схема - бесконечная таблица треугольной формы, образованная из биномиальных коэффициентов, расположенных в определенном порядке. В его вершине и по бокам находятся цифры 1. Остальные позиции занимают числа, равные сумме двух чисел, расположенных над ними рядом выше. При этом все строки треугольника Паскаля симметричны относительно его вертикальной оси.

(Приложение 1 рис.№1)

n=0	1
n=1	1 1
n=2	1 2 1
n=3	1 3 3 1
n=4	1 4 6 4 1
n=5	1 5 10 10 5 1
n=6	1 6 15 20 15 6 1
n=7	1 7 21 35 35 21 7 1
n=8	1 8 28 56 70 56 28 8 1

Рис.1

**3. Анализ свойств: Исследование свойств треугольника, выявление закономерностей и формирование гипотез. Свойства чисел треугольника Паскаля.**

**Свойство № 1 (основное).** Каждое число равно сумме двух расположенных над ним чисел. Треугольник можно продолжать неограниченно. (Приложение 1. рис №2)

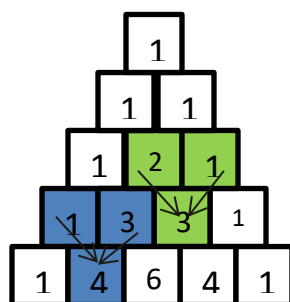
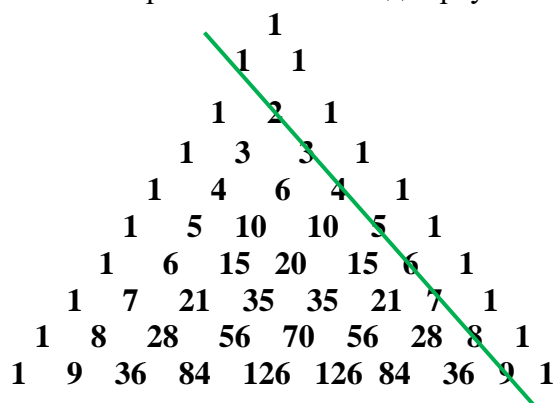


Рис.2

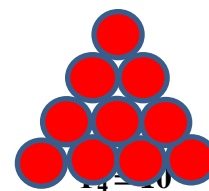
**Свойство №2.** Вдоль диагоналей, параллельных сторонам треугольника (Приложение №1 на рис.3 отмечены зелеными линиями) выстроены треугольные числа. Треугольные числа в самом обычном и привычном нам виде показывают, сколько касающихся кружков можно расположить в виде треугольника



$$T_1 = 1$$



$$T_2 = 3$$



$$T_n = \frac{n(n+1)}{2}$$

первое и последнее числа — 1; второе и предпоследнее — n  
 Первая диагональ треугольника Паскаля (первая зеленая линия Рис.3) – это натуральные числа, идущие по порядку.

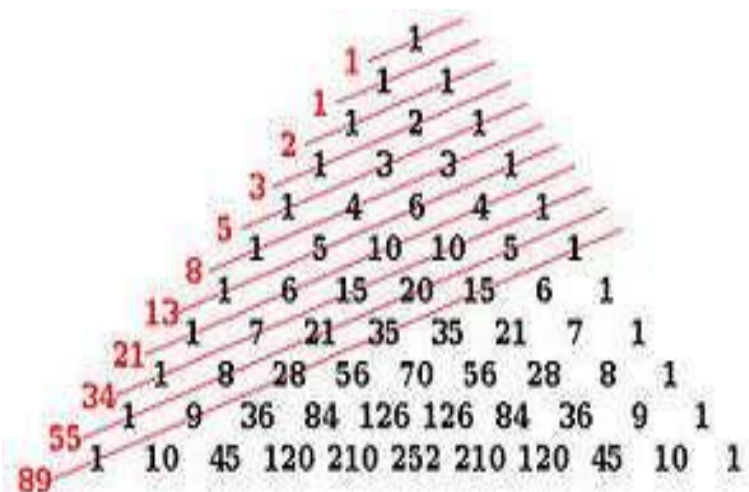
**Свойство.№ 3.** Сумма чисел n-й диагонали - есть n-е число Фибоначчи.

Числа Фибоначчи, треугольник Паскаля и связь между ними.

Паскаль, наверное, не знал, что числа Фибоначчи скрыты в его треугольнике. Это обстоятельство было обнаружено только в XIX веке ( Число Фибоначчи - элементы числовой последовательности 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, ... в которой каждое последующее число равно сумме двух предыдущих чисел).

Красным цветом выделены числа Фибоначчи

(Приложение № 2 Рис.5).



**Свойство.№ 4.** Числа, стоящие на горизонтальных строках треугольника Паскаля, - это биномиальные коэффициенты, то есть коэффициенты разложения  $(x + y)^n$  по степеням  $x$  и  $y$ . Формула коэффициентов в бинOME записывается так:  $C_n^m = n! / (m! (n - m)!)$  (где ! - факториал - произведение всех натуральных целых чисел от 1 до искомого, например,  $4! = 1 * 2 * 3 * 4$ ), где  $m$ , представляет собой порядковый номер числа в строке  $n$  треугольника Паскаля. Иными словами, имея под рукой эту таблицу, можно легко возводить в степень любые числа, предварительно разложив их на два слагаемых.

Рис.6



$$(a + e)^1 = 1a + 1e$$

$$(a+b)^2 = 1a^2 + 2ab + 1b^2$$

$$(a+b)^3 = 1a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + 1b^3$$

**Свойство № 5.** Сумма чисел n-й строки треугольника Паскаля равна  $2^n$ .

**Свойство №6.** Сумма чисел, стоящих на четных местах, равна сумме чисел, стоящих на нечетных местах и каждая из них составляет  $2^{n-1}$ .

**Свойство №7.** Сумма чисел.

Чтобы найти сумму чисел, стоящих на любой диагонали от начала до интересующего нас места, достаточно взглянуть на число, расположенное снизу и слева от последнего слагаемого (слева для правой диагонали, для левой диагонали будет справа, а вообще - ближе к середине треугольника). Пусть, например, мы хотим вычислить сумму чисел натурального ряда от 1 до 9. "Спустившись" по диагонали до числа 9, мы увидим слева снизу от него число 45 (Приложение № 3 Рис.7) Оно то и дает искомую сумму.

Рис.7



$$1+2+3+4+5+6+7+8+9=45$$

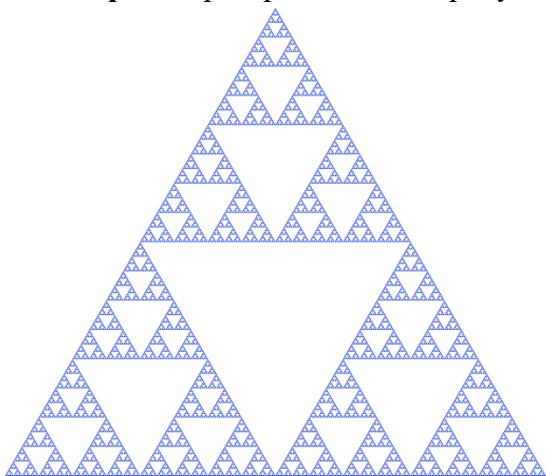
$$1+4+10+20+35+56+84=120$$

$$1+6+21+56+126 = 210.$$

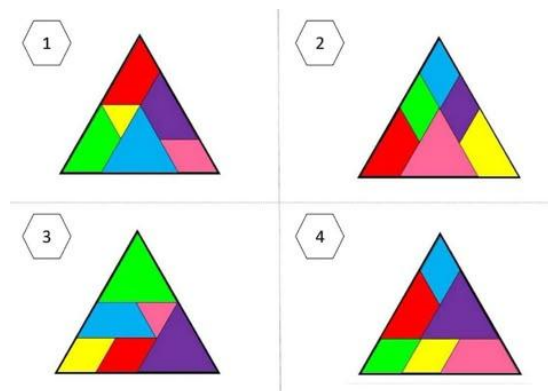
**5. Творческая работа: Создание художественных работ, вдохновленных структурой треугольника Паскаля.**

:

**Геометрия:** Пространственный рисунок с использованием фигур.



**Абстракция:** Цветовая палитра меняется в зависимости от четности чисел.



**Архитектура:** Проект павильона, имитирующего форму и структуру треугольника Паскаля.



**Графика:** Логотип бренда, созданный на основе цифр треугольника.



**Художественное рукоделие:** Вышивка с узорами, соответствующими числам.



## 6. Подведение итогов

Таким образом, создание художественных работ, вдохновленных структурой треугольника Паскаля, открывает простор для творчества и экспериментов, позволяя сочетать красоту математики и выразительность искусства.

С появлением вычислительных машин построение треугольника Паскаля стало излюбленной задачей для начинающих при изучении основ программирования.

Практическая значимость данной работы заключается в следующем: я, изучив много литературы по данному вопросу, получила дополнительные знания в области математики, укрепила свой интерес к этой науке, открыла для себя имя одного из выдающихся людей науки Блеза Паскаля.

Используемые ресурсы:

- <http://fb.ru/article/340690/treugolnik-paskalya-svoystva-treugolnika-paskalya#image6>
- [https://ru.wikipedia.org/wiki/Треугольник\\_Паскаля#История](https://ru.wikipedia.org/wiki/Треугольник_Паскаля#История)
- [https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A2%D1%80%D0%B5%D1%83%D0%B3%D0%BE%D0%BB%D1%8C%D0%BD%D0%B8%D0%BA\\_%D0%9F%D0%B0%D1%81%D0%BA%D0%B0%D0%BB%D1%8F](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A2%D1%80%D0%B5%D1%83%D0%B3%D0%BE%D0%BB%D1%8C%D0%BD%D0%B8%D0%BA_%D0%9F%D0%B0%D1%81%D0%BA%D0%B0%D0%BB%D1%8F)
- <http://citaty.su/kratkaya-biografiya-bleza-paskalya>
- <https://infourok.ru/issledovatel'skaya-rabota-po-matematike-na-temu-treugolnik-paskalya-klass-1318442.html>

Приложение №1.

0	1
1	1 1
2	1 2 1
3	1 3 3 1
4	1 4 6 4 1
5	1 5 10 10 5 1
6	1 6 15 20 15 6 1
7	1 7 21 35 35 21 7 1
8	1 8 28 56 70 56 28 8 1

Рис.1

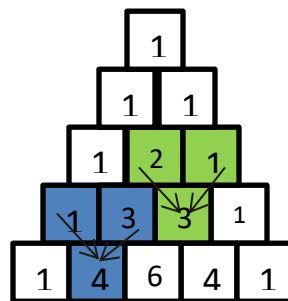


Рис.2

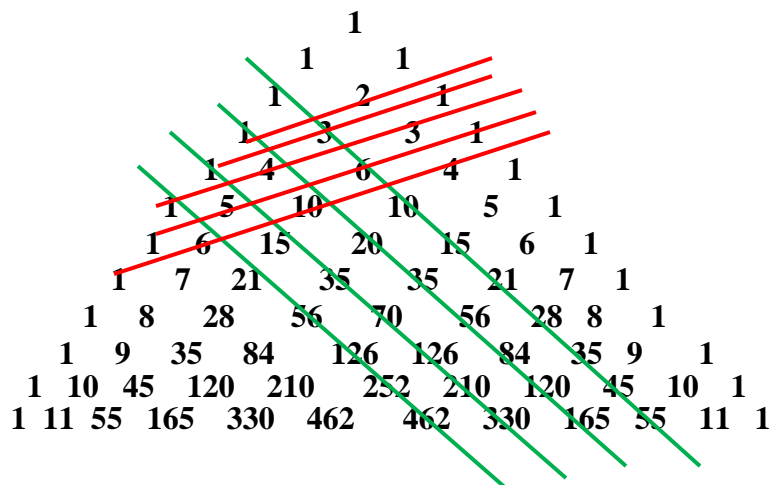


Рис.3

Приложение №2

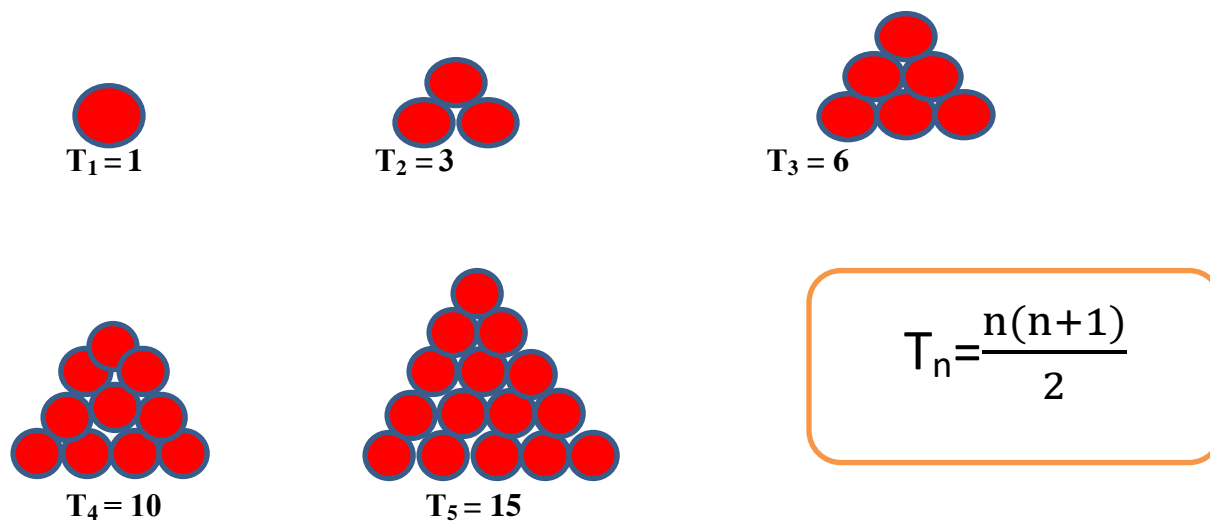


Рис.4

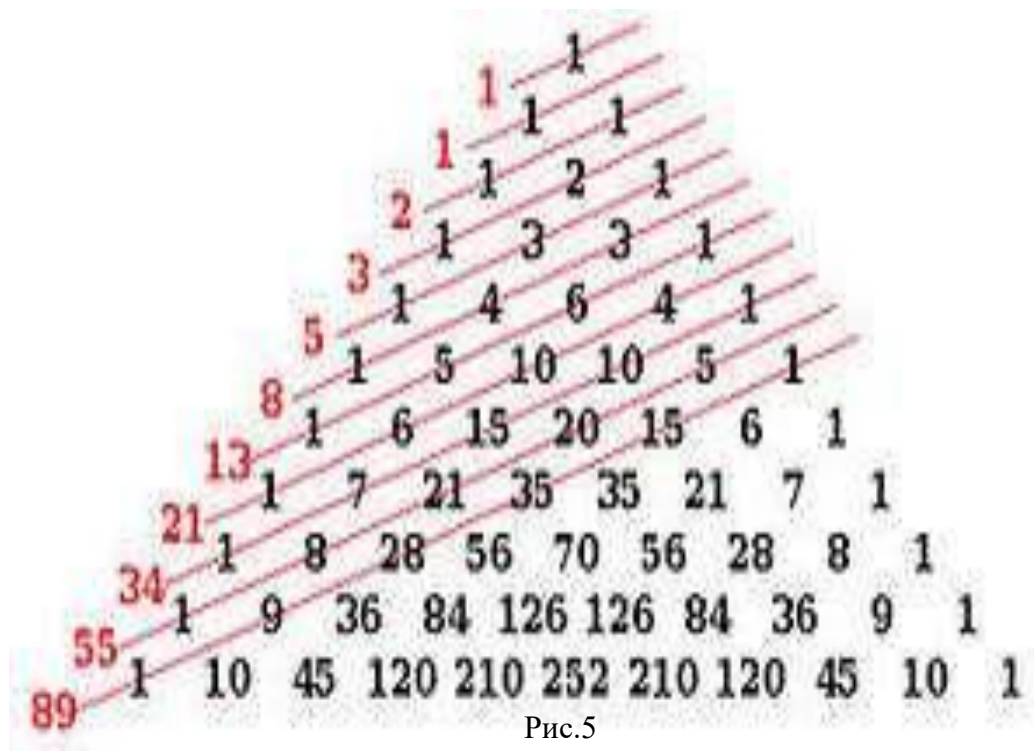


Рис.5

