**Линейной функцией** называется функция вида 

В уравнении функции число называется коэффициентом наклона.

Например, в уравнении функции  ;

в уравнении функции    ;

в уравнении функции    ;

в уравнении функции    .



**Графиком линейной функции является прямая линия.**

**1. Чтобы построить график функции**, нам нужны координаты двух точек, принадлежащих графику функции. Чтобы их найти, нужно взять два значения х, подставить их в уравнение функции, и по ним вычислить соответствующие значения y.

Например, чтобы построить график функции , удобно взять  и , тогда ординаты эти точек будут равны  и .

Получим точки А(0;2) и В(3;3). Соединим их и получим график  функции :



**2**. В уравнении функции  коэффициент  отвечает за наклон графика функции:

* если , то график наклонен вправо
* если  , то график наклонен влево

Коэффициент  отвечает за сдвиг графика вдоль оси :

* если , то график функции  получается из графика  функции сдвигом на  единиц вверх вдоль оси 
* если  , то график функции  получается из графика функции  сдвигом на  единиц   вниз вдоль оси 

На рисунке ниже изображены графики функций ; ;  



Заметим, что во всех этих функциях коэффициент **больше нуля**, и все графики функций наклонены **вправо**. Причем, чем больше значение , тем круче идет прямая.

Во всех функциях  - и мы видим, что все графики пересекают ось OY в точке (0;3)

Теперь рассмотрим графики функций ; ;  



На этот раз  во всех  функциях коэффициент **меньше нуля**, и все графики функций наклонены **влево**.

Заметим, что чем больше |k|, тем круче идет прямая. Коэффициент b тот же, b=3, и графики также как в предыдущем случае пересекают ось OY в точке (0;3)

Рассмотрим графики функций  ; ; 



Теперь  во всех уравнениях функций коэффициенты  равны. И мы получили три параллельные прямые.

Но коэффициенты b различны, и эти графики пересекают ось OY  в различных точках:

График функции  (b=3) пересекает ось OY  в точке (0;3)

График функции  (b=0) пересекает ось OY  в точке (0;0) -  начале координат.

График функции  (b=-2) пересекает ось OY  в точке (0;-2)

Итак, если мы знаем знаки коэффициентов k и b, то можем сразу представить, как выглядит график функции .

Если  **k<0 и b>0,**то график функции  имеет вид:



Если  **k>0 и b>0,**то график функции  имеет вид:



Если  **k>0 и b<0,**то график функции  имеет вид:



Если  **k<0 и b<0,**то график функции  имеет вид:



Если  **k=0 ,**то  функция  превращается в функцию    и ее график имеет вид:



Ординаты всех точек графика функции  равны 

Если**b=0**, то график функции  проходит через начало координат:



 Это **график прямой пропорциональности**.

**3. Отдельно отмечу график уравнения** . График этого уравнения представляет собой прямую линию, параллельую оси  все точки которой имеют абсциссу .

Например, график уравнения  выглядит так:

**Внимание!** Уравнение  не является функцией, так  как различным значениям аргумента соответствует одно и то же значение функции, что не соответствует [определению функции](https://ege-ok.ru/2012/01/15/svoystva-funktsii/).



**4. Условие параллельности двух прямых:**

**График функции**  **параллелен графику функции** , если 

**5. Условие перпендикулярности двух прямых:**

**График функции**  **перпендикулярен графику функции** , если  или 

**6. Точки пересечения графика функции  с осями координат.**

**С осью ОY.** Абсцисса любой точки, принадлежащей оси ОY равна нулю. Поэтому, чтобы найти точку пересечения с осью ОY нужно в уравнение функции вместо х подставить ноль. Получим y=b. То есть точка пересечения с осью OY имеет координаты (0;b).

**С осью ОХ:** Ордината любой точки, принадлежащей оси ОХ равна нулю. Поэтому, чтобы найти точку пересечения с осью ОХ нужно в уравнение функции вместо y подставить ноль. Получим 0=kx+b. Отсюда . То есть точка пересечения с осью OX имеет координаты (;0):



**Рассмотрим решение задач.**

**1. Постройте график функции , если известно, что он проходит через точку А(-3;2) и параллелен прямой y=-4x.**

В уравнении функции   два неизвестных параметра: k и b. Поэтому в тексте задачи должны быть два условия, характеризующих график функции.

а) Из того, что график функции  параллелен прямой y=-4x, следует, что k=-4. То есть уравнение функции имеет вид 

б) Нам осталось найти b. Известно, что график функции  проходит через точку А(-3;2). Если точка принадлежит графику функции, то при подстановке ее координат в уравнение функции, мы получим верное равенство:

  отсюда b=-10

Таким образом, нам надо построить график функции 

Точка А(-3;2) нам известна, возьмем точку B(0;-10)

Поставим эти точки в координатной плоскости и соединим их прямой:



**2.** Написать уравнение прямой, проходящей через точки A(1;1); B(2;4).

Если прямая проходит через точки с заданными координатами, следовательно, координаты точек удовлетворяют уравнению прямой  . То есть если мы координаты точек подставим в уравнение прямой, то получим верное равенство.

Подставим координаты каждой точки в уравнение   и получим систему линейных уравнений.



Вычтем из второго уравнения системы первое, и получим . Подставим значение k в первое уравнение системы, и получим b=-2.

Итак, уравнение прямой .

**3. Постройте график уравнения **

Чтобы найти,  при каких значениях неизвестного произведение нескольких множителей равно нулю, нужно каждый множитель приравнять к нулю и учесть [ОДЗ](https://ege-ok.ru/2012/01/13/oblast-dopustimyih-znacheniy/) каждого множителя.

Это уравнение не имеет ограничений на ОДЗ. Разложим на множители вторую скобку и приравняем каждый множитель к нулю. Получим совокупность уравнений:





Построим графики всех  уравнений совокупности в одной коорднатной плоскости. Это и есть график уравнения  :

**4. Постройте график функции , если он перпендикулярен прямой  и проходит через точку М(-1;2)**

Мы не будем строить график, только найдем уравнение прямой.

а) Так как график функции , если он перпендикулярен прямой , следовательно , отсюда . То есть уравнение функции имеет вид 

б) Мы знаем, что  график функции  проходит через точку М(-1;2). Подставим ее координаты в уравнение функции. Получим:

, отсюда .

Следовательно, наша функция имеет вид: .

**5. Постройте график функции **

Упростим выражение, стоящее в правой части уравнения функции.

**Важно!** Прежде чем упрощать выражение, найдем его ОДЗ.

Знаменатель дроби не может быть равен нулю, поэтому , .



Тогда наша функция принимает вид:



То есть нам надо построить график функции  и выколоть на нем две точки: с абсциссами x=1 и x=-1:



