Дайбова Ю. В., учитель математики высшей категории
МБОУ «СОШ №18», г. Миасс, Челябинская область
Математика 5 класс

Метод раскрасок при решении олимпиадных задач

Задача - это всегда поиск, раскрытие каких-то свойств и отношений, а средство её решения - это интуиция, эрудиция, владение методами математики.

Применение раскрасок позволяет оригинально, наглядно решать олимпиадные задачи и задачи повышенного уровня сложности. Применение раскрасок для решения задач демонстрирует красоту математики, способствует повышению общей культуры, расширяет математический кругозор и показывает прикладной характер и возможности практического применения математических знаний.

Идея метода раскраски состоит в том, что мы делим математические объекты на группы, наделяя их некоторыми свойствами. Каждой группе ставим в соответствие свой цвет, а затем составляем цветовую модель, которая помогает найти правильное решение. Многие логические задачи повышенного уровня сложности и олимпиадные, объединённые одной и той же идеей – раскрасить в несколько цветов таблицу, чтобы было видно, что какое-то условие задачи не может выполняться. Поэтому задачи можно классифицировать по признаку «наличие раскраски» (табл.1).

Раскраска дана в условии	Раскраску требуется получить в соответствии с заданием	Раскраски нет в условии и задании, но её можно применить в решении задачи	
Задачи на шахматной доске	Задачи на раскрашивание фигуры	Задачи на разрезание и замощение фигуры	Другие задачи

Табл.1

1) Задачи с раскраской в условии

Задачи на шахматной доске можно решать, используя свойства этой доски и особенности «ходов» шахматных фигур. К свойствам шахматной доски относят общее количество клеток, количество чёрных и белых клеток в отдельности.

Пример 1:

Можно ли шахматным конём обойти все клетки шахматной доски и вернуться на исходную клетку?

Решение:

Каждый ход коня изменяет цвет клетки, на которой он стоит. Должно быть равное количество клеток каждого цвета. 32 чёрных и 32 белых, значит можно шахматным конём обойти все клетки шахматной доски и вернуться на исходную клетку.

А можно ли обойти доску другой формы? Например, прямоугольную доску размером 7 х 9?

Решение:

Раскрасим доску размером 7 х 9 «в шахматном порядке», начиная с угловой клетки: чёрная клетка, белая клетка, …, тогда все угловые клетки будут чёрными. В результате раскраски получим чёрных – 32 клетки, а белых – 31 клетку. Но после каждого хода конь меняет цвет клетки, на которой он стоял. Поэтому если бы конь обошёл, все клетки доски и вернулся на исходную клетку, то он побывал бы на одинаковом количестве чёрных и белых клеток. А так как чёрных клеток больше, чем белых, то хотя бы одна чёрная клетка останется не посещённой конём.

Ответ: нельзя.

2) **Задачи на раскрашивание фигуры**

Рассмотрим задачи, в которых раскраска удовлетворяет заданным условиям. При построении раскрасок используются методы конструирования.

Пример 2:

Буратино взял квадрат клетчатой бумаги 5 х 5 клеток. Две клетки называются соседними, если у них хотя бы одна общая вершина. Каждую клетку он закрашивает одним цветом. У каждой клетки все её соседки – разных цветов. Какое наименьшее число цветов потребуется?

Решение: смотреть рис. 1 **Ответ: не менее 9 цветов.**

1	2	3	1	2
4	5	6	4	5
7	8	9	7	8
1	2	3	1	2
4	5	6	4	5

рис. 1

Пример 3:

Каждую грань куба разбили на четыре одинаковых квадрата. Каждый из полученных 24 квадратов окрасили одним цветом, используя три краски. Оказалось, что любые два квадрата, имеющие общую сторону, покрашены в разные цвета. Укажите пример такой раскраски.

Решение: смотреть рис. 2

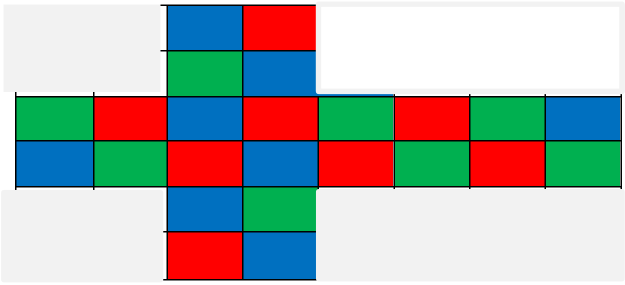


рис. 2

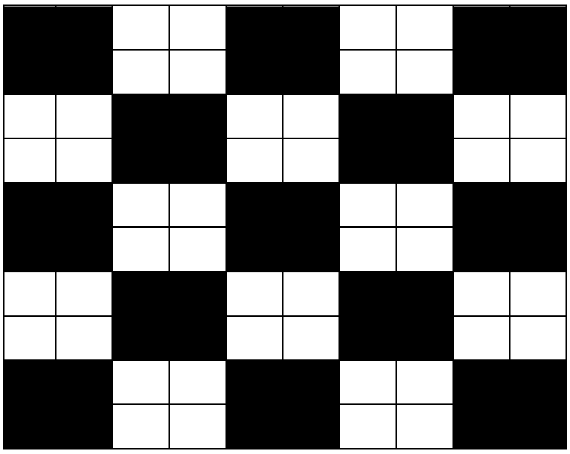
3) **Применение раскрасок при решении нестандартных задач**

Различные виды раскрасок и возможности их применения к решению задач разобраны в статье Кузнецова Дмитрия «О методе раскраски на примере одной задачи». Один из примеров раскраски рассмотрен в решении примера 4.

Пример 4:

Можно ли замостить шашечную доску 10 x 10 плитками 4 x 1?

Решение: 4x13=52 – чёрных клеток, 4x12=48 – белых клеток, т.е. не поровну. Значит, разрезать доску 10 x10 на плитки 4x1 нельзя. (рис. 3)



Ответ: нельзя

рис. 3

Вывод: рассмотренные примеры позволяют наглядно демонстрировать применение метода раскраски к решению нестандартных задач.

Игра «4 краски»

За время существования теоремы о четырёх красках на её базе были созданы многочисленные логические игры.

Поначалу играть в них можно было только на бумаге, затем появились компьютерные варианты. Стивен Барр предложил логическую игру на бумаге для двух игроков, названную «Четыре краски».

Для этой игры нужны четыре цветных карандаша.

Первый игрок начинает игру, рисуя произвольную пустую область. Второй игрок закрашивает её любым из четырёх цветов и в свою очередь рисует свою пустую область. Первый игрок закрашивает область второго игрока и добавляет новую область и так далее — каждый игрок раскрашивает область соперника и добавляет свою. При этом области, имеющие общую границу, должны быть раскрашены в разные цвета. Проигрывает тот, кто на своём ходу вынужден будет взять пятую краску.

Существуют также следующие вариации игры:

- Карта заранее разбивается случайным образом на области различной величины (рис.4), и каждый ход игры меняет игрока, который закрашивает область, а также меняется цвет (в строгой последовательности).

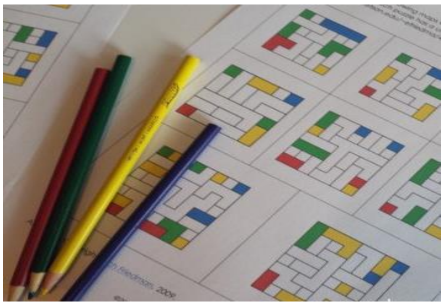


рис.4

Таким образом, каждый игрок закрашивает карту только двумя цветами, а в случае если не может закрасить так, чтобы области, имеющие общую границу, были раскрашены в разные цвета, пропускает ход. Игра завершается, когда ни один из игроков больше не сможет сделать ни одного хода. Выигрывает тот, у кого общая площадь закрашенных им областей больше.

Квадрат разбит на несколько квадратов (в основном 4x4), и его стороны окрашены в один из четырёх цветов (каждый в разный цвет). Первым ходом закрашивается квадрат, прилегающий к стороне, каждый последующий ход можно закрашивать тот квадрат, который прилегает к одному из закрашенных квадратов. Нельзя закрашивать квадрат теми цветами, которыми закрашен один из прилегающих к нему квадратов (в том числе и по диагонали) или прилегающая к квадрату сторона.
Выигрывает игрок, делающий последний ход.

Вывод: решение нестандартной задачи - важнейшая особенность в изучении математики. Систематическая и регулярная работа с такими задачами – важнейший шаг успешного творческого овладения математикой. Оригинальные нестандартные подходы к решению задачи являются залогом интеллектуального развития обучающихся.