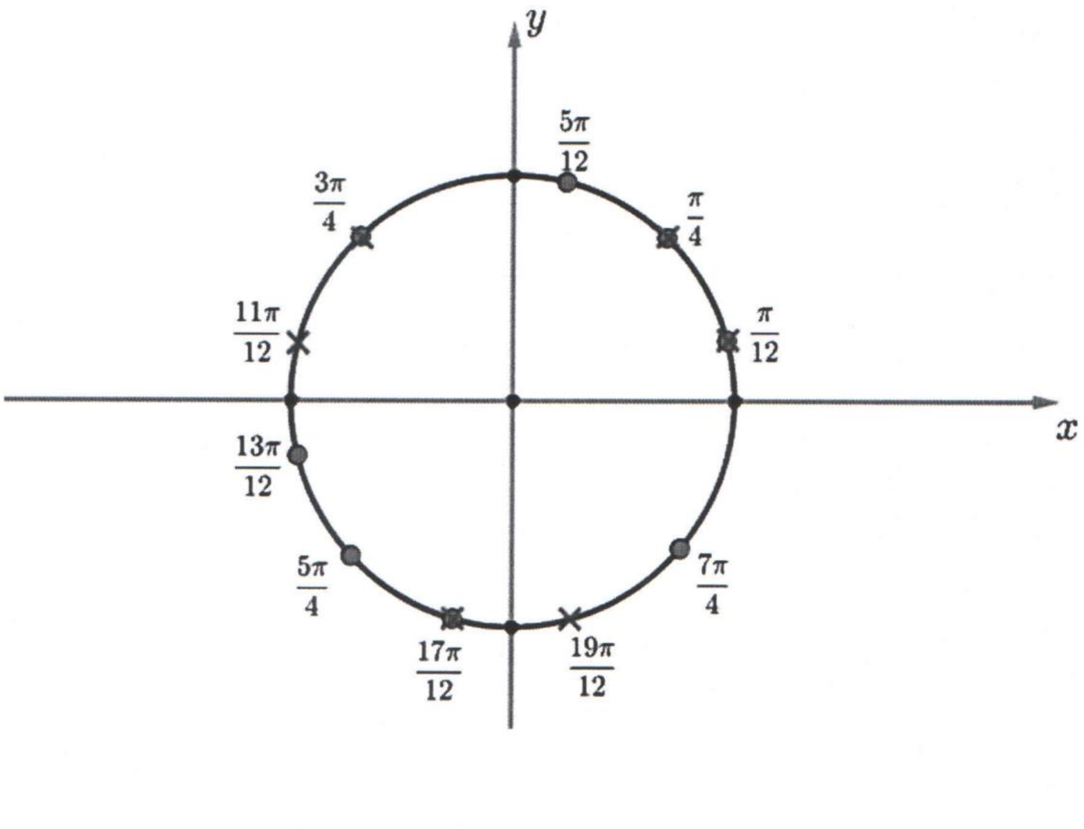
Клевцова Лидия Анатольевна,
учитель математики высшей квалификационной категории
МБОУ «Гимназия №127 имени академика Е.Н. Аврорина»

Открытый урок

«Разные способы отбора корней при решении тригонометрических уравнений»



Снежинск, 2019

π 2π $\frac{\pi}{3}+2\pi n$ $-\frac{\pi}{3}+2\pi n$	$\frac{\pi}{2}+2\pi n$ $\frac{\pi}{2}+\pi n$ $\frac{\pi}{2}n$	1) 2) $(-1)^n\frac{\pi}{4}+\pi n, n\in Z$ 3) 4) $\pm\frac{\pi}{4}+\pi n, n\in Z$ 5) $\frac{\pi}{4}n$

1. Устная работа.

№1. Верно ли?	1) $x=-\frac{\pi}{3}$	$[\pi;2\pi]$
-	2) $-\frac{11\pi}{3};-\frac{7\pi}{3}$	$[-4\pi;-2\pi]$
	3) $\sqrt{1-cos^2 x}=-\sin x$	$\lvert\sin x\rvert=-\sin x$ $\sin x\le 0$ $-\pi+2\pi n\le x\le 2\pi+2\pi n, n\in Z$
	4) $\frac{\sin x}{\cos x+1}=0$ на $[0;\pi)$	$\begin{cases}\sin x=0\\ \cos x\ne -1\end{cases}$ $x=2\pi n, n\in Z$

2. Выполнить тест.

№	Условие	Варианты ответов	Ответы:
№1	Решить уравнение: $\sin x=\frac{\sqrt{3}}{2}$	а) $(-1)^n\frac{\pi}{3}+\pi n, n\in Z$ б) $\frac{\pi}{6}+\pi n, n\in Z$ в) $\pm\frac{\pi}{3}+2\pi n, n\in Z$	а

		г) $\frac{\pi}{3}+\pi n, n \in Z$	
№2	Найти сумму корней уравнения, принадлежащих $\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$ $\cos x = 0$	а) 2π б) 0 в) π	б
№3	Найти сумму корней уравнения, принадлежащих $\left[-\frac{3\pi}{2};-\frac{\pi}{2}\right]$ $\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)=-\frac{1}{2}$	а) $\frac{7\pi}{6}$ б) $-\frac{5\pi}{6}$ в) $-\frac{\pi}{6}$	б

3. Проверка домашнего задания.

№1	$\sin x \cdot \cos x = \frac{1}{2}$	
№2	$8\cos x \sin x(\sin x - \cos x)(\cos x + \sin x) = \sqrt{3}$	

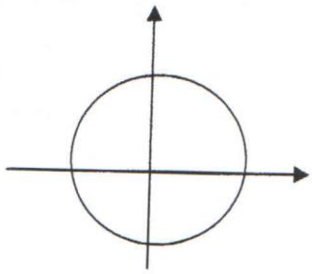
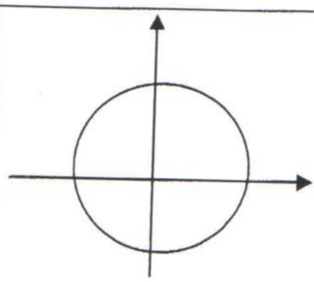
4. Работа в тетрадях.

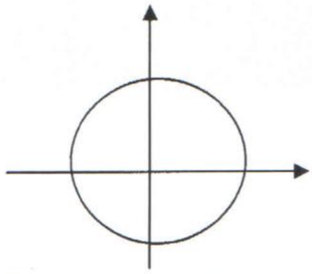
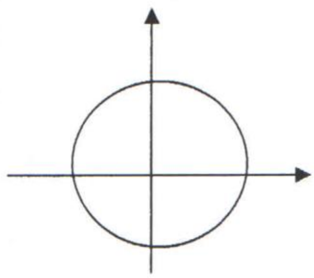
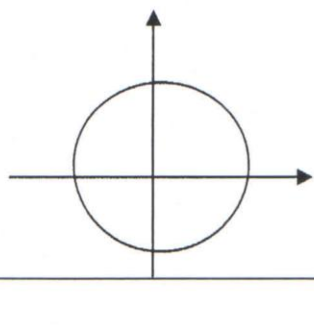
№1	$\lvert \sin x \rvert \cdot \cos x = \frac{1}{2}$	$\sin x \cdot \lvert \cos x \rvert = \frac{1}{2}$	$\lvert \sin x \cdot \cos x \rvert = \frac{1}{2}$
	$\begin{cases}\sin x \ge 0\\ \frac{1}{2}\sin 2x = \frac{1}{2}\end{cases}$ или $\begin{cases}\sin x < 0\\ \frac{1}{2}\sin 2x = -\frac{1}{2}\end{cases}$ $\sin 2x = 1$ $\quad$ $\sin 2x = -1$ $2x = \frac{\pi}{2}+2\pi n$ $\quad$ $2x = -\frac{\pi}{2}+2\pi n$	$\begin{cases}\cos x < 0\\ -\frac{1}{2}\sin 2x = \frac{1}{2}\end{cases}$ или $\begin{cases}\cos x > 0\\ \frac{1}{2}\sin 2x = \frac{1}{2}\end{cases}$ $\sin 2x = -1$ $\quad$ $\sin 2x = 1$ $x = -\frac{\pi}{4}+\pi n, n \in Z$ $\quad$ $x = \frac{\pi}{4}+\pi n, n \in Z$	$\frac{1}{2}\lvert\sin 2x\rvert = \frac{1}{2}$ $\lvert\sin 2x\rvert = 1$ $\sin 2x = 1$ или $\sin 2x = -1$ $x = \frac{\pi}{4}+\pi n, n \in Z$ $\quad$ $x = -\frac{\pi}{4}+\pi n, n \in Z$

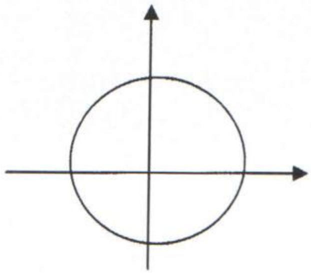
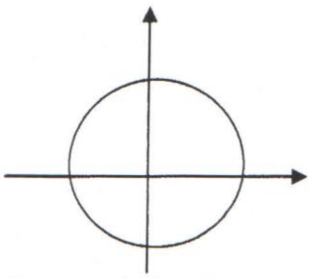
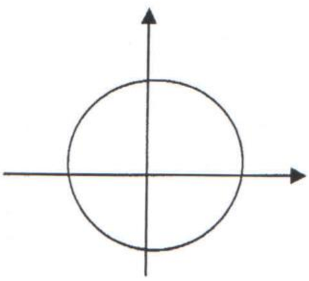
<table>
<tr><td></td><td>$x = \frac{\pi}{4} + \pi n\ , n \in Z$ $x = -\frac{\pi}{4} + \pi n\ , n \in Z$</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>№2</td><td>$\sin 3x = \cos 5x$
$\sin 3x - \sin\left(\frac{\pi}{2} - 5x\right) = 0$
$2\sin\left(4x - \frac{\pi}{4}\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{4} - x\right) = 0$
$\sin\left(4x - \frac{\pi}{4}\right) = 0$ $\cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 0$
$x = \frac{\pi}{16} + \frac{\pi n}{4}, n \in Z$ $x = -\frac{\pi}{4} + \pi n, n \in Z$</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>№3</td><td>$1 - \cos x = \sin x$
$2\sin^2 \frac{x}{2} = 2\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2}$
$2\sin\frac{x}{2}\left(\sin\frac{x}{2} - \cos\frac{x}{2} \right) = 0$
$x = 2\pi n\ , n \in Z$ $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k\ , k \in Z$</td><td></td><td></td></tr>
</table>

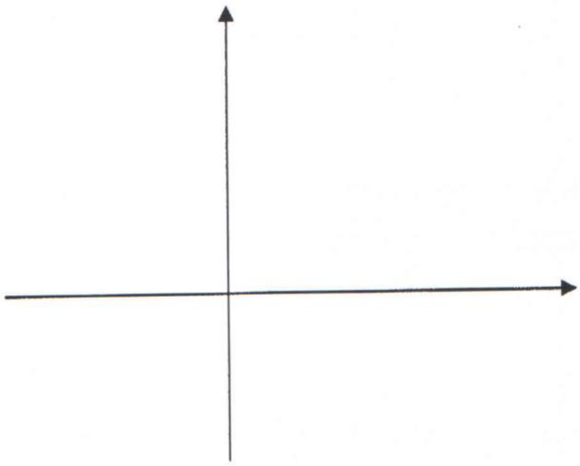
Решение уравнений

№1	**а)** $\lvert \sin x \rvert \cdot \cos x = \frac{1}{2}$	$\begin{cases} \sin x \ge 0 \\ \frac{1}{2}\sin 2x = \frac{1}{2} \end{cases}$ или $\begin{cases} \sin x < 0 \\ \frac{1}{2}\sin 2x = -\frac{1}{2} \end{cases}$ $\sin 2x = 1$ $\quad$ $\sin 2x = -1$ $2x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n$ $\quad$ $2x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n$ $x = \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in Z$ $\quad$ $x = -\frac{\pi}{4} + \pi n, n \in Z$ Ответ: $\pm\frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in Z$
	б) $\sin x \cdot \lvert \cos x \rvert = \frac{1}{2}$	$\begin{cases} \cos x < 0 \\ -\frac{1}{2}\sin 2x = \frac{1}{2} \end{cases}$ или $\begin{cases} \cos x > 0 \\ \frac{1}{2}\sin 2x = \frac{1}{2} \end{cases}$ $\sin 2x = -1$ $\quad$ $\sin 2x = 1$ $x = -\frac{\pi}{4} + \pi n, n \in Z$ $\quad$ $x = \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in Z$ Ответ: $\frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in Z$; $\frac{3\pi}{4} + 2\pi n, n \in Z$
	в) $\lvert \sin x \cdot \cos x \rvert = \frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\lvert\sin 2x\rvert = \frac{1}{2}$ $\lvert\sin 2x\rvert = 1$ $\sin 2x = 1$ или $\sin 2x = -1$ $x = \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in Z$ $\quad$ $x = -\frac{\pi}{4} + \pi n, n \in Z$ Ответ: $\pm\frac{\pi}{4} + \pi n, n \in Z$
№2.	**а)** Решить уравнение: $\sin 3x = \cos 5x$	$\sin 3x - \sin\left(\frac{\pi}{2} - 5x\right) = 0$ $2\sin\left(4x - \frac{\pi}{4}\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{4} - x\right) = 0$ $\sin\left(4x - \frac{\pi}{4}\right) = 0$ или $\cos\left(\frac{\pi}{4} - x\right) = 0$ $x = \frac{\pi}{16} + \frac{\pi n}{4}, n \in Z$ $\quad$ $x = \frac{3\pi}{4} + \pi k, k \in Z$ Ответ: $\frac{\pi}{16} + \frac{\pi n}{4}, n \in Z$; $\frac{3\pi}{4} + \pi k, k \in Z$
	б)Найти корни уравнения, принадлежащие промежутку $[0;\pi)$	1) $0 \le \frac{\pi}{16} + \frac{\pi n}{4} < \pi$ $-\frac{1}{4} \le n < \frac{15}{4}$ $n = 0;1;2;3$ 2) $0 \le \frac{3\pi}{4} + \pi k < \pi$ $-\frac{3}{4} \le k < \frac{1}{4}$ $k = 0$

		$k=0$ Ответ: $\frac{\pi}{16};\frac{5\pi}{16};\frac{9\pi}{16};\frac{13\pi}{16};\frac{3\pi}{4}$
№3.	**а)** Решить уравнение: $\left(2cosx-\sqrt{3}\right)\cdot\sqrt{5\sin x}=0$	1)Условие существование арифметического квадратного корня: $\sin x\geqslant 0$ 2) $\left(2cosx-\sqrt{3}\right)=0$ или $\sqrt{5\sin x}=0$ $x=\pm\frac{\pi}{6}+2\pi n, n\in Z$ $x=\pi k, k\in Z$ 3)С учетом 1) условия:  Ответ: $\frac{\pi}{6}+2\pi n, n\in Z;\pi k, k\in Z$
	б) Найти все корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-4\pi;-\frac{5\pi}{2}\right]$	 Ответ: $-4\pi;-\frac{23\pi}{6};-3\pi$
№4.	**а)** $1-cosx=\sin x$	$2\sin^2\frac{x}{2}=2\sin\frac{x}{2}\cdot\cos\frac{x}{2}$ $2\sin\frac{x}{2}(\ \sin\frac{x}{2}-\cos\frac{x}{2}\ )=0$ $\sin\frac{x}{2}=0$ или $(\ \sin\frac{x}{2}-\cos\frac{x}{2}\ )=0$ $x=2\pi n, n\in Z$ $x=\frac{\pi}{2}+2\pi n, n\in Z$ Ответ: $2\pi n, n\in Z$; $\frac{\pi}{2}+2\pi n, n\in Z$
	б) $2\sin^2\left(\frac{\pi}{4}+x\right)=\frac{1}{2}$	$1-\cos\left(2\left(\frac{\pi}{4}+x\right)\right)=\frac{1}{2}$ $\sin 2x=-\frac{1}{2}$ $x=(-1)^{n+1}\frac{\pi}{12}+\frac{\pi n}{2}, n\in Z$ Ответ: $(-1)^{n+1}\frac{\pi}{12}+\frac{\pi n}{2}, n\in Z$

	в) $\lvert\sin 2x\rvert+\cos^2\left(\frac{\pi}{2}-x\right)=0$	$\lvert\sin 2x\rvert+\sin^2 x=0$ $\begin{cases}\lvert\ \sin 2x\ \rvert=0\\ \sin^2 x=0\end{cases}$ $\begin{cases}x=\frac{\pi n}{2}, n\in Z\\ x=\pi k, k\in Z\end{cases}$  Ответ: $\pi l, l\in Z$
№5.	**а)**Решить уравнение: $\frac{3\cos^2 x-\sin^2 x-2}{\sqrt{-\cos x}}=0$	1)Условие существование арифметического квадратного корня: $cosx<0$ 2) $3\cos^2 x-1+\cos^2 x-2=0$ $\cos^2 x=\frac{3}{4}$ $\cos x=\frac{\sqrt{3}}{2}$ или $\cos x=-\frac{\sqrt{3}}{2}$ $x=\pm\frac{\pi}{6}+2\pi n, n\in Z$ $x=\pm\frac{5\pi}{6}+2\pi n, n\in Z$ 3) С учетом 1) условия:  Ответ: $\pm\frac{5\pi}{6}+2\pi n, n\in Z$
	б)Найти все корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[3\pi;\frac{9\pi}{2}\right]$	

		Ответ: $\dfrac{19\pi}{6}$
№6.	**а)** Решить уравнение: $2\sin^2 x = 2\sqrt{2}\cos\left(\dfrac{\pi}{2} - x\right) - 1$	$2\sin^2 x - 2\sqrt{2}\sin x + 1 = 0$ $\sin x = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$ Ответ: $(-1)^n \dfrac{\pi}{4} + \pi n, n \in Z$
	б) Найти все корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\dfrac{\pi}{6}; \pi\right]$	 Ответ: $\dfrac{\pi}{4}; \dfrac{3\pi}{4}$
№7.	Решить уравнение: $\sin^2 x + 1 = \cos^2 5x$	Метод оценки. $\begin{cases} \sin^2 x + 1 = 1 \\ \cos^2 5x = 1 \end{cases}$  Ответ: $\pi k, k \in Z$
№8.	Решить уравнение: $\dfrac{2\sin x - \sqrt{3}}{2\cos x + 1} = 0$	$\begin{cases} 2\sin x - \sqrt{3} = 0 \\ 2\cos x + 1 \neq 0 \end{cases}$  Ответ: $\dfrac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z$
№9.	При каких значениях параметра a	$-1 \le \sin 6x \le 1$, значит

	уравнение имеет решение **а)** $\sin 6x = 4a - a^2 - 5$	$\begin{cases} 4a - a^2 - 5 \ge -1 \\ 4a - a^2 - 5 \le 1 \end{cases}$ $\begin{cases} (a-2)^2 \le 0 \\ a^2 - 4a + 6 \le 0 \end{cases}$ Ответ: таких a нет.
	При каких значениях параметра a уравнение имеет решение **б)** $(a+3)\cdot \sin x = a - 1$	1) $a \ne -3$ 2) $\sin x = \dfrac{a-1}{a+3}$ Ответ: $[-1;+\infty)$
№10.	Найти все значения параметра a, при которых уравнение не имеет корней $4\sin 3x - 3\cos 6x = a$	Найдем при каких a есть корни. $y = 6\sin^2 3x + 4\sin 3x - 3$ $\sin 3x = t$, $\lvert t \rvert \le 1$ Строим $y = 6t^2 + 4t - 3$  Ответ: $\left(-\infty; -3\dfrac{2}{3}\right) \cup (7;+\infty)$

Завершая урок, расскажу Вам притчу:

Один ученик пришел к мудрецу и сказал: «Каждый день, по многу раз, я мысленно произношу фразу: «Я принимаю радость в мою жизнь», но радости так и нет».

Мудрец молча положил перед юношей попавшиеся под руку предметы - ложку, кружку, свечу - и попросил:

- Назови, что ты выбираешь из них.

- Ложку,- ответил юноша.

- Произнеси это пять раз... - попросил старец.

И. юноша пять раз произнес: «Я выбираю ложку».

- Вот видишь,- сказал учитель,- повторяй ты хоть миллион раз в день, что выбираешь ложку, она не станет твоей. Надо протянуть руку и взять ее.

Вот и вам, чтобы быть уверенными в своих знаниях - Надо выполнить действие! Необходимо обязательно применять знания на практике.