УДК 517

О.С. Лямина
ЧТОТиБ
г. Чита, РФ

О ТЕОРЕМЕ ПРЕДЕЛЬНОГО ТИПА, КАСАЮЩЕЙСЯ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ ОПЕРАТОРОВ БАСКАКОВА

Аннотация

Статья выполнена в рамках исследования функций $\Phi_{i(k_1,\dots,k_m)}(r)$, *которые являются аппроксимативными характеристиками тригонометрических операторов Баскакова.*

$$M_n^{[m](k_1,\dots,k_m)}(f,x)=\frac{2^{m-1}\prod_{j=1}^{m}\sin^2\frac{k_j\pi}{n}}{\pi n}\int_{-\pi}^{\pi}\frac{f(t+x)\sin^2\frac{nt}{2}\,dt}{\sin^2\frac{t}{2}\prod_{j=1}^{m}\left(\cos t-\cos\frac{2k_j\pi}{n}\right)}.$$

Рассматривается случай $i=1, m=2$.

Доказано, что при любом $r\in[0,\infty)$ *выполняется* $\lim_{p\to\infty}\Phi_{1(k,p)}(r)=\Phi_{1(k)}(r)$.

Ключевые слова:

Тригонометрические операторы Баскакова

О функциях Φ_1

Тригонометрические операторы Баскакова определены в работах [2,3]. Их форма с компактной записью ядра выглядит следующим образом (см., например, [2-4]):

$$M_n^{[m](k_1,\dots,k_m)}(f,x)=\frac{2^{m-1}\prod_{j=1}^{m}\sin^2\frac{k_j\pi}{n}}{\pi n}\int_{-\pi}^{\pi}\frac{f(t+x)\sin^2\frac{nt}{2}\,dt}{\sin^2\frac{t}{2}\prod_{j=1}^{m}\left(\cos t-\cos\frac{2k_j\pi}{n}\right)}.$$

В ряде работ, в связи с изучением приближения операторами Баскакова функций в точках разрыва производных и вблизи этих точек ([4,6]) рассматриваются функции $\Phi_i(r)$. Приведем их запись:

$$\Phi_i(r) = 2^i \pi^{2m-1} \prod_{j=1}^{m} k_j^2 \int_r^{\infty} \left(1-\frac{r}{t}\right)^i \frac{t^{i-2} \sin^2 t}{\prod_{j=1}^{m} \left(\pi^2 k_j^2 - t^2\right)} dt, \qquad (1)$$

где целые параметры i, m, k_j удовлетворяют неравенствам: $m > 0$, $0 < i \le 2m$, $0 < k_1 < k_2 < ... < k_m$.

В работе Т.Ю. Шерстюк [6] подробно исследовано поведение функций $\Phi_1(r)$ и $\Phi_2(r)$ при m=1 и зависимость от параметра *k* положения критических точек графика этих функций.

В этом пункте мы проведем сравнение функций $\Phi_1(r)$ при m=1 с функциями $\Phi_1(r)$ при m=2. Чтобы отличать эти две функции, мы в их обозначения введем обозначения некоторых параметров. Согласно (1) в случае m=1 наша функция определяется параметром k_1, для удобства индекс будем опускать и обозначать функцию $\Phi_{1(k)}(r)$. В случае m=2 функция $\Phi_1(r)$ определяется параметрами k_1,k_1. Мы будем обозначать параметры k,p, а саму функцию $\Phi_{1(k,p)}(r)$.

В [6] доказано, что $\Phi_{1(k)}(r)$ убывает на отрезке $[0, \lambda_0]$, при этом $\Phi_{1(k)}(\lambda_0) < 0$, на $[\lambda_0, \infty)$ возрастает и стремится к нулю, при этом λ_0 удовлетворяет равенству $\int_{\lambda_0}^{\infty} \frac{\sin^2 t}{t^2(k^2\pi^2 - t^2)} dt = 0$.

Учитывая, что $\Phi_{1(k)}(0) > 0$, получаем, что существует $r_0 \in (0, \lambda_0)$, для которого выполняются неравенства $\Phi_{1(k)}(r) > 0$, если $r \in [0, r_0)$, $\Phi_{1(k)}(r) < 0$, если $r \in (r_0, \infty)$ (очевидно, что $\Phi_{1(k)}(r_0) = 0$,).

Относительно $\Phi_{1(k,p)}(r)$ известно, что существуют $\lambda_0^1 \in (0, k\pi)$ и $\lambda_0^2 \in (k\pi, p\pi)$ такие, что в точке λ_0^1 функция $\Phi_{1(k,p)}(r)$ имеет отрицательный минимум, точке λ_0^2 – положительный максимум, далее, $\Phi_{1(k,p)}(0) > 0$, на промежутке $\left[0, \lambda_0^1\right]$ $\Phi_{1(k,p)}(r)$ убывает, при этом, на промежутке $\left[\lambda_0^1, \lambda_0^2\right]$ $\Phi_1(r)$ возрастает, на промежутке $\left[\lambda_0^2, \infty\right)$ $\Phi_{1(k,p)}(r)$ убывая стремится к нулю.

Список использованной литературы:

1. Абакумов Ю.Г. Об одной экстремальной задаче теории приближения / Ю.Г. Абакумов, М.А. Верхотурова, Е.С. Коган // Вестник Самарского ГУ. Естественнонауч. Серия.2012.№3/1 (94). С. 5-13.
2. Баскаков, В.А. Об одном методе построения операторов класса S_{2m} // Теория функций и приближений. Интерполяция по Лагранжу / В.А. Баскаков – Саратов, 1984. С. 19-25.
3. Баскаков, В.А. Об операторах класса S_{2m}, построенных на ядрах Фейера / В.А. Баскаков // Применение функционального анализа в Теории приближений. – Тверь: ТвГУ, 2001. – С. 5-11.