**Программа**

**факультатива по алгебре и началам математического  анализа**

**для 10-11 класса на 2017-2019 учебный год**

**Тема факультативного курса "Тригонометрия в ЕГЭ"**

**Составитель**  программы-

                                                              Сербина Нурия Александровна**,**

учитель математики высшей

квалификационной категории

МАОУ СОШ №4

г. Искитима Новосибирской области

**2017 год**

***Пояснительная записка.***

Программа факультативного курса по математике “Тригонометрия в ЕГЭ” составлена на основе примерной программы по алгебре и началам анализа для 10–11-го класса в соответствии с требованиями федерального компонента государственного образовательного стандарта основного общего образования по математике и методических пособий: . Мордкович А.Г. Алгебра и начала математического анализа. – М.: Мнемозина, Муравин Г.К., Муравина О.В. Алгебра и начала математического анализа. – М.: Дрофа « Сборник задач по математике для поступающих во втузы (под редакцией М.И. Сканави М., 1998)». Контрольные измерительные материалы: издательство « Национальное образование» 2017, 2018, издательство «Просвещение» 2017, 2018 год. Дополнительные рекомендованные ссылки на ресурсы сети Интернет.

Отличительной особенностью данной образовательной программы от примерной программы по алгебре и началам анализа, изучающей раздел “Тригонометрия”, является то, что данный курс имеет прикладное и общеобразовательное значение, способствует развитию логического мышления учащихся, углублению и систематизации знаний по тригонометрии при подготовке к итоговой аттестации. Школьная программа по математике содержит лишь самые необходимые, максимально упрощённые знания по данному разделу. Поэтому данная программа призвана подготовить учащихся к успешной сдаче ЕГЭ по разделу “Тригонометрия”.

Курс призван помочь учащимся сознательно овладеть системой математических знаний и умений, необходимых в повседневной жизни, достаточных для изучения смежных дисциплин, для достойной сдачи ЕГЭ и продолжения образования в ВУЗе, а также предусматривает развитие математических способностей, логического мышления, пространственного воображения и устойчивого интереса к математике.

**Цель курса:**углубить знания учащихся в области тригонометрии, развить интерес к этому разделу математики, обеспечить активное погружение в деятельность, благодаря которой обучающиеся осознают необходимость не только приобретения основных знаний, но и усовершенствует практические навыки в решении задач.

**Задачи факультативного курса:**

-сформировать у учащихся понимание необходимости знаний алгоритмов решения тригонометрических уравнений для дальнейшего изучения тригонометрических неравенств и систем уравнений;

-способствовать интеллектуальному развитию учащихся, формированию математического стиля мышления при решении элементарных тригонометрических уравнений, которые необходимы при решении более сложных типов тригонометрических уравнений;

-формировать представления о решениях тригонометрических уравнений, как составной части решения тригонометрических неравенств, систем уравнений;

-способствовать повышению уровня самостоятельности учащихся при работе с учебным материалом, развивать точную, информативную речь, формировать умение обосновывать свою точку зрения. 

**Структура программы**

Программа рассчитана на 68 часа (1 час в неделю.)

Программа составлена в соответствии с программой общеобразовательных школ В программе отведено необходимое количество часов для каждого раздела. Предлагаемые задачи содержат как вопросы, требующие знания теоретического материала, так и задачи повышенной сложности, требующие нестандартного подхода, умение применять все основные группы тригонометрических формул и выводы из них.

**Формы организации занятий**: семинары, практикумы по решению, защита презентаций : решений нестандартных задач, отчетов по теоретическому материалу.

**Виды организации работы на занятиях**: фронтальная, групповая, индивидуальная, самостоятельная работы и зачет. Итоговый контроль – зачет в форме и по заданиям ЕГЭ по пройденным темам.

Учащиеся должны **знать:**

* определение радианной меры угла;
* определение синуса, косинуса, тангенса и котангенса
* таблицу значений тригонометрических функций;
* формулы приведения;
* понятие периода функции;
* решение тригонометрических уравнений основных типов;
* формулы корней тригонометрических уравнений;
* группы формул тригонометрии;
* алгоритм решения тригонометрических неравенств с использованием тригонометрического круга.

Учащиеся должны **уметь:**

* определять четверть, в которую попадает точка при повороте на заданный  угол;
* находить значения функций по заданному значению одной функции;
* применять  формулы тригонометрии при решении уравнений и упрощении выражений;
* решать простейшие тригонометрические уравнения и неравенства;
* находить область определения сложных функций, содержащих тригонометрические функции;
* находить множество значений функций,  содержащих тригонометрические функции;
* решать тригонометрические уравнения, содержащие модуль, параметр.

**ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ ФАКУЛЬТАТИВНОГО КУРСА ПО МАТЕМАТИКЕ ДЛЯ 10-11 КЛАССОВ**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **№**  **п/п** | **Тема урока** |  | **Форма организации** **занятия** |
| 1 | Определение синуса, косинуса, тангенса и котангенса. | 1 | вводная лекция |
| 2 | Знаки синуса, косинуса, тангенса и котангенса. | 1 |  |
| 3 | Свойства синуса, косинуса, тангенса и котангенса. | 1 | семинар-практикум |
| 4 | Свойства синуса, косинуса, тангенса и котангенса | 1 | семинар-практикум |
| 5 | Радианная мера угла. Вычисление значений тригонометрических функций. | 1 | семинар-практикум |
| 6 | Радианная мера угла. Вычисление значений тригонометрических функций. | 1 | семинар-практикум |
| 7 | Соотношения между тригонометрическими функциями одного и того же угла | 1 | лекция |
| 8-9 | Тригонометрия треугольника | 2 | консультация |
| 10-12 | Применение основных тригонометрических формул к преобразованию выражений. | 3 | консультация.  практикум решения |
| 13 | Область определения и область значения тригонометрических функций | 1 | консультация.  практикум решения |
| 14 | Четность, периодичность тригонометрических функций | 1 | лекция |
| 15 | Формулы приведения. | 1 | лекция |
| 16 | Формулы сложения. | 1 | лекция |
| 17 | Формулы кратных аргументов. | 1 | лекция |
| 18 | Формулы суммы и разности тригонометрических функций. | 1 | лекция |
| 19 | Формулы преобразования произведения тригонометрических функций в сумму. | 1 | лекция |
| 20 | Формулы преобразования произведения тригонометрических функций в сумму. | 1 | лекция |
| 21 | Применение формул для преобразования тригонометрических выражений | 1 | урок контроля и коррекции знаний, умений и навыков. |
| 22-23 | Тригонометрические функции. Их свойства и графики. | 2 | семинар-практикум. |
| 24-27 | Арксинус, арккосинус, арктангенс, арккотангенс. | 4 | практикум решения |
| 28 | Преобразование выражений, содержащие обратные тригонометрические функции. | 1 | практикум решения |
| 29 | Свойства и графики обратных тригонометрических функций. | 1 | урок-исследование |
| 30 | Простейшие тригонометрические уравнения. | 1 | практикум решения |
| 31 | Уравнения, сводящиеся к простейшим. | 1 | практикум решения |
| 32-33 | Уравнения, решаемые путем применения основных тригонометрических тождеств. | 2 | практикум решения |
| 34-35 | Решение однородных уравнений. | 2 | практикум решения |
| 36 | Тригонометрические уравнения, решаемые различными способами. | 1 | практикум решения |
| 37-40 | Отбор корней тригонометрических уравнений. | 4 | практикум решения |
| 41-42 | Тригонометрические уравнения, с параметрами. | 2 | практикум решения |
| 43-44 | Системы тригонометрических уравнений. | 2 | практикум решения |
| 45-46 | Решение тригонометрических уравнений. | 2 | коррекции знаний, умений и навыков |
| 47-48 | Решение простейших тригонометрических неравенств и неравенств, сводящих к ним. | 2 | практикум решения |
| 49-50 | Нестандартные методы решения неравенств. | 2 | практикум решения |
| 51 | Системы тригонометрических неравенств. | 1 | практикум решения |
| 52-53 | Решение тригонометрических уравнений и неравенств с параметрами. | 2 | практикум решения |
| 54 | Решение тригонометрических уравнений и неравенств с радикалами. | 1 | практикум решения |
| 55-56 | Решение тригонометрических уравнений и неравенств,  содержащих знак модуля. | 2 | практикум решения |
| 57 | Решение тригонометрических уравнений и неравенств с помощью применения свойств функций. | 1 | практикум решения |
| 58-60 | Производная, ее применение к исследованию функции. | 3 | практикум решения |
| 61-68 | Решение неравенств, уравнений систем тригонометрических уравнений и неравенств. | 8 | Защита творческих проектов. Групповая форма работы |

**Используемая литература.**

Учебник. Алгебра и начала анализа 10-11 Мордкович А.Г. «Мнемозина» 2012.

ЕГЭ 2017, 2018 Математика. Типовые тестовые задания. Базовый уровень. Под ред. Ященко И.В.

ЕГЭ 2017,2018 Математика. Базовый уровень. Практикум. Экзаменационные тесты. Лаппо Л.Д., Попов М.А.

ЕГЭ 2017,2018 Математика. Типовые тестовые задания. Профильный уровень. Под ред. Ященко И.В.

ЕГЭ 2017, 2018 Математика. Профильный уровень. Практикум. Экзаменационные тесты. Лаппо Л.Д., Попов М.А.

ЕГЭ 2017, 2018Математика. Профильный уровень. 30 вариантов типовых тестовых заданий и 800 заданий части 2. Под ред. Ященко И.В.

ЕГЭ 2017, 2018 Математика. Профильный уровень. Тематическая рабочая тетрадь. ред. Ященко И.В.

ЕГЭ 2017, 2018Математика. Тематические тренировочные задания. Кочагин В.В.

ЕГЭ 2017, 2018Математика. Профильный уровень. Тренировочные варианты. Авилов Н.И., Айвазян А.Ж. и др. + Решение заданий.

ЕГЭ. Математика. Профильный уровень. Самостоятельная подготовка к ЕГЭ. Высший балл. Ерина Т.М. ЕГЭ. Математика. Профильный уровень. Самостоятельная подготовка к ЕГЭ. Высший балл. Лаппо Л.Д., Попов М.А.

**Приложение**

**Уравнения, приводимые к квадратным**

**1)** 2Sin^2x-5Sinx+2=0  

Ответ: (-1)^n\dfrac{\pi}{6} +\pi n 

**2)** 2Cos^2x -Cos x -1 =0  

Ответ: x_1=2 \pi n;x_2= \pm \dfrac{2\pi}{3}+2 \pi n 

**3)** tg^2x-4tgx=-3  

Ответ: x_1=\dfrac{\pi}{4}+\pi n ; x_2= arctg 3 + \pi n 

**4)** \sqrt{2}Sinx=\sqrt{1-Sinx} 

Ответ: (-1)^n arcsin \dfrac{\pi}{6} +\pi n 

**5)** \sqrt{sinx}=1-6Sinx  

Ответ: (-1)^n arcsin \dfrac{1}{9} +\pi n 

**6)** \sqrt{sinx-2sin^2x}={1-2Sinx}  

Ответ: (-1)^n \dfrac{\pi}{6} +\pi n 

**Уравнения на замену переменной после некоторого преобразования**

**7)** -2Cos^2x - Sinx+1=0 

Ответ: x_1=\dfrac{\pi}{2}+2\pi n; x_2=(-1)^{n+1} \dfrac{\pi}{6}+\pi n 

**8)** 2Cosx - \sqrt{3}Cosx -2Sin^2x+2-\sqrt{3}=0  

Ответ: x_1=\pi + 2 \pi n; x_2=\pm \dfrac{\pi}{6}+2\pi n 

**9)** \dfrac{1}{ctg^2x} -4 \dfrac{sinx}{Cosx}=-3 

Ответ: x_1=\dfrac{\pi}{4}+\pi n; x_2=arctg{3} +\pi n 

**10)** 2Sin^2x+3Cosx=0  

Ответ: x=\pm \dfrac{2\pi}{3}+2\pi n 

**11)** 4-4Cos^2x-2Sinx +2\sqrt{3}Sinx = \sqrt{3} 

Ответ: x_1=(-1)^{n+1}\dfrac{\pi}{3}+\pi n; x_2=(-1)^{n} \dfrac{\pi}{6}+\pi n 

**12)** \dfrac{1}{tg^2x} - \dfrac{Cosx}{Sinx}=2

Ответ: x_1=\dfrac{3\pi}{4}+\pi n; x_2=arctg 2 + \pi n 

**13)** 2Sin2x+\sqrt{2}Sin2x-2Cos^22x+2+\sqrt{2}=0 

Ответ: x_1=\dfrac{3\pi}{4}+\pi n; x_2=(-1)^{n+1}\dfrac{\pi}{8} + \dfrac{\pi n}{2} 

**14)** 3Cos^23x-2Sin^23x=2  

Ответ: x=\dfrac{2\pi n}{3}

**Уравнения на формулы двойного угла и замену переменной (отобрано репетитором по математике)**

**15)** Cos2x=Cos^2x 

Ответ: x=\pi n

**16)**Cos2x-1=2Sinx 

Ответ: x_1=\pi n; -\dfrac{\pi}{2}+2\pi n

**17)**Cos2x=Sinx+1 

Ответ: x_1=\pi n; x_2=(-1)^{n+1}\dfrac{\pi}{6}+\pi n 

**18)** 1+Cos4x=Cos2x  

Ответ: x_1=\dfrac{\pi }{4}+\dfrac{\pi}{2} n; x_2=\pm \dfrac{\pi}{6} + \pi n

**19)** Cosx=Sin2x 

Ответ: x_1=\dfrac{\pi }{2}+\pi n;x_2=(-1)^n \dfrac{\pi}{6}+\pi n

**20)** 2Sin^2 \frac{x}{2}+Cos 2x =0 

Ответ: x_1=\dfrac{\pi}{2} + \pi n ;x_2= \pm \dfrac{\pi}{3}+2 \pi n

**21)**2Cos^\frac{x}{2}+Cos2x=1 

Ответ: x_1=\pi + 2\pi n ; x_2=\pm \dfrac{\pi}{3}+2 \pi n

**22)** 2Sin^2x+Cos4x=0

Ответ: x_1=\dfrac{\pi}{4} + \dfrac{\pi n}{2} ; x_2=\pm \dfrac{\pi}{6}+ \pi n

**23)** Cos^2x + Cos 4x + 0,25=0  

Ответ: x_1=\pm \dfrac{\pi}{3} + \pi n ; x_2=\pm arccos \dfrac{1}{4}+ \pi n

**Уравнения на замену с применением формул приведения**

**24)** Cos2x -Cos \left ( \dfrac{3\pi}{2} +x \right ) + 2 = 0 

Ответ: x=\dfrac{\pi}{2} + 2 \pi n 

**25)** Sin \left ( x - \dfrac{\pi}{2} \right ) = Sin 2x 

Ответ: x_1= \dfrac{\pi}{2} + \pi n ; x_2=(-1)^n \dfrac{\pi}{6} + \pi n 

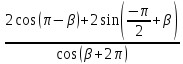
**26)** Sin \left ( 2x-\dfrac{17 \pi}{2} \right ) = 1+ sinx 

Ответ: x=(-1)^n arcsin \dfrac{1-\sqrt{17}}{4}+\pi n 

**Тригонометрия в заданиях ЕГЭ**

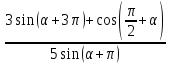
**Вариант 1**

**Вычислите:** 1) https://xn--j1ahfl.xn--p1ai/data/images/u157371/t1521467257aa.png 2) https://xn--j1ahfl.xn--p1ai/data/images/u157371/t1521467257ab.png 3) https://xn--j1ahfl.xn--p1ai/data/images/u157371/t1521467257ac.png

4) https://xn--j1ahfl.xn--p1ai/data/images/u157371/t1521467257ad.png 5)..

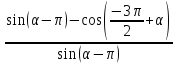
**Вариант 2**

**Вычислите:**1) https://xn--j1ahfl.xn--p1ai/data/images/u157371/t1521467257af.png ; 2) https://xn--j1ahfl.xn--p1ai/data/images/u157371/t1521467257ag.png; 3) https://xn--j1ahfl.xn--p1ai/data/images/u157371/t1521467257ah.png;

4) https://xn--j1ahfl.xn--p1ai/data/images/u157371/t1521467257ai.png; 5) .

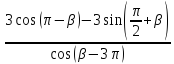
**Вариант 3**

**Вычислите:** 1) https://xn--j1ahfl.xn--p1ai/data/images/u157371/t1521467257ak.png ; 2) https://xn--j1ahfl.xn--p1ai/data/images/u157371/t1521467257al.png ; 3) https://xn--j1ahfl.xn--p1ai/data/images/u157371/t1521467257am.png;

4) https://xn--j1ahfl.xn--p1ai/data/images/u157371/t1521467257an.png; 5) .

**Вариант 4**

**Вычислите:** 1) https://xn--j1ahfl.xn--p1ai/data/images/u157371/t1521467257ap.png;2) https://xn--j1ahfl.xn--p1ai/data/images/u157371/t1521467257aq.png;3) https://xn--j1ahfl.xn--p1ai/data/images/u157371/t1521467257ar.png

4) https://xn--j1ahfl.xn--p1ai/data/images/u157371/t1521467257as.png; 5) .

**Тригонометрия в заданиях ЕГЭ**

**Занятие 1**. Задания повышенного уровня сложности с развернутым ответом С1. Общая характеристика. Критерии проверки и оценки решений.

Решите уравнение 

Решение: , тогда .  или .

Равенствам  и  на тригонометрической окружности соответствуют четыре точки. Две из них, находящиеся в верхней полуплоскости, не удовлетворяют условию .

1

Получаем решения: и .

Ответ: ; .

**Решите уравнение **

Решение.

1. 

2. ;  или ;

Учитывая, что , решения уравнения не являются корнями исходного уравнения.

Решая систему , получаем 

3. Если , то , откуда 

Ответ:  

**Решите уравнение **

Решение.

1. 

2. , откуда или .

Уравнение не имеет решений.

Учитывая, что из уравнения получаем: .

3. 



.

Ответ: 

**Решите уравнение **

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку 

Решение.

а) ; ; ;

; 

б) Отберем корни:  

Ответ: а)  б) 

**Карточки**

1. Укажите наименьший отрицательный корень уравнения .

2. Найдите все решения уравнения 

3. Решите уравнение 

Самостоятельная работа у доски проверяется сразу же, акцентируется внимание на формулах приведения, табличных значениях синусов и косинусов и формуле  , при этом .

1.Найти все корни уравнения , удовлетворяющие неравенству .

Решение.

; 

; 

не удовл. 

условию 

Ответ: 

**Решите уравнение **

Решение.



1. ;  откуда  и .

2. , тогда  и 

3. ; ; ; 

4. Чертеж Ответ: 

**Самостоятельная работа № 1**

|  |  |
| --- | --- |
| Вариант 1   1. Решите уравнение 2. Найдите все корни уравнения , удовлетворяющие неравенству | Вариант 2  Решите уравнение   1. Найдите все корни уравнения , удовлетворяющие неравенству |
| Вариант 3   1. Решите уравнение 2. Найдите все корни уравнения , удовлетворяющие неравенству | Вариант 4   1. Решите уравнение 2. Найдите все корни уравнения , удовлетворяющие неравенству |
| Вариант 5   1. Решите уравнение 2. Найдите все корни уравнения , удовлетворяющие неравенству | Вариант 6   1. Решите уравнение 2. Решите уравнение |
| Вариант 7   1. Решите уравнение 2. Решите уравнение | Вариант 8   1. Решите уравнение 2. Решите уравнение |
| Вариант 9   1. Решите уравнение 2. Решите уравнение | Вариант 10   1. Решите уравнение 2. Решите уравнение |

Ответы

Вариант 1 1.2. .

Вариант 2. 1.  2. 

Вариант 3 1. 2. 

Вариант 4. 1. ; 2. 

Вариант 5. 1.  2. 

Вариант 6. 1.  2. 

Вариант 7. 1.  2. 

Вариант 8. 1. 2. 

Вариант 9. 1.  2. 

Вариант 10. 1.  2. 

**Домашнее задание.**

1.  Ответ 

2.  Ответ 

3.  Ответ 

4.  Ответ 

5.  Ответ 

Решение примера 5.



Преобразуем данное уравнение следующим образом: 



Чертеж

Ответ: 

**Оцените решение задания С1 одним из учеников. Что бы вы поставили за это решение?**

1. Решите уравнение 

Решение.

1) ; ; 

2); ; 

Ответ: 

Комментарий: верно решены оба уравнения  и . Неравенство верно использованное во втором случае, никак не учитывалось в первом случае, то есть нет никакой попытки отбора. Оценка эксперта 1 балл.

**2. **

Решение.

  ; 

 ; 

При  , значит - посторонний корень

Ответ: .

Комментарий. В целом, довольно грамотное решение. Верно произведен учет условия . Все замечательно и с решением уравнения . Неприятность в том, что потерян минус: должно стоять . Поэтому теряет смысл и верно произведенный затем отбор: он произведен из неверного множества решений. Оценка эксперта 0 баллов.

3. 

Решение.







Ответ: а) 

Отбор: 1)из серии  на отрезке принадлежат 

* 1. из серии  ; ; 

Ответ: б)

Ответ ученика: 0 баллов

Комментарий. Ответ в пункте б неверен, а отбор по имеющейся из пункта а формуле и неполон, и неверен. Поэтому 2 балла ставить нельзя. Тем не менее ответ в пункте а верен и этот факт (к сожалению) для некоторых экспертов есть основание для выставления 1 балла. Однако, этот верный ответ получен в результате двойной ошибки: равенство  неверно и неверно решено уравнение 

Дополнительные вопросы:

Предложить метод решения уравнений

1.  Использовать формулу понижения степени 

2.  метод разложения на множители с использованием формулы 

3.  линейное однородное уравнение

4.  метод введения дополнительного угла

5.  использовать формулу косинус суммы двух углов

6.  сведение к квадратному уравнению относительно синуса и последующий отбор.

4. **Работа в классе**

1. 

Решение.



1) ; ;  или ; 

2) 



Ответ: 

2. 

Решение.

Ответ: 

3. 

Решение.

1)  2) 

нет решений ; ; 

Ответ: 

4.Решите уравнение . Укажите все корни уравнения, принадлежащие отрезку .

Решение.

 ; ; 

, 

Ответ: ; 

**Самостоятельная работа 2**

|  |  |
| --- | --- |
| Вариант 1  1.Решите уравнение  2. Решите уравнение | Вариант 2   1. Решите уравнение 2. Решите уравнение |
| Вариант 3   1. Решите уравнение 2. Решите уравнение | Вариант 4   1. Решите уравнение 2. Решите уравнение |
| Вариант 5   1. Решите уравнение 2. Решите уравнение | Вариант 6   1. Решите уравнение 2. Решите уравнение |
| Вариант 7   1. Решите уравнение 2. Решите уравнение | Вариант 8   1. Решите уравнение 2. Решите уравнение |
| Вариант 9   1. Решите уравнение 2. Решите уравнение | Вариант 10   1. Решите уравнение 2. Решите уравнение |

Ответы

Вариант 1 1. 2. 

Вариант 2 1.  2. 

Вариант 3 1.  2. 

Вариант 4 1.  2. 

Вариант 5 1. . 2. 

Вариант 6 1.  2. 

Вариант 7 1.  2. 

Вариант 8 1.  2. 

Вариант 9 1.  2. 

Вариант 10 1.  2. 

**Домашнее задание.**

1.  Ответ: 

2.  Ответ: 

3.  Ответ: 

4. Ответ: 

5.  Ответ: 

**Отбор корней в тригонометрических уравнениях.**

**1.Устно:**

1. Решите уравнение  Ответ: 

2. Решите уравнение  Ответ: нет решений

3. Решите уравнение  Ответ: 

4. Решите уравнение  Ответ: 

5. Решите уравнение  Ответ: нет решений

6. Оцените решение учащегося от 0 баллов до 2 баллов.



Решение.

1) ;; ;

2) не имеет решений, т.к. под корнем не может быть отрицательного числа

Ответ: 

Ответ эксперта: 1 балл

7. Оцените решение учащегося от 0 баллов до 2 баллов.



Решение.

 или 

 ; ; 

Ответ:  

Ответ эксперта: 0 баллов

8. Оцените решение учащегося от 0 баллов до 2 баллов.

Решение.

а) ; ; ;  или 

б)  1

Оценка эксперта 1 балл

Комментарий. В пункте а решение верно и обоснованно, ответ верен, разве что не хватает , но только за это снизить оценку вряд ли нужно. Так что 1 балл есть. Ответ в пункте б неверен и ясно, что произошла ошибка: в ответ из картинки включен основной корень , явно меньший , а следовало бы включить .

1. Сколько решений имеет уравнение ?

Решение.



Ответ: 4

2. Определите число корней уравнения на отрезке .

Решение.

1. Сколько решений имеет уравнение ?

Решение.



Ответ: 4

2. Определите число корней уравнения на отрезке .

Решение.

Чертеж

Ответ: 4

3. Найдите количество целочисленных решений неравенства , удовлетворяющих условию 

Решение.

1. 

2. ;;;

Ответ: 3

4. Решите уравнение 

Решение.

Ответ: 

5. Найти все , удовлетворяющие уравнению .

Решение.

;  

Ответ: .

6. Решите уравнение 

Решение.

 ; 

Если , то 

Если , то 

Ответ: ; .

7. Найти все решения уравнения , удовлетворяющие неравенству .

Решение.

Среди решений уравнения условию удовлетворяют значения . Среди этих значений условию удовлетворяют 

Ответ: 

8. Решите уравнение . Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку .

Решение.

; , ; 

; ; ; , 

; 

Ответ: ; ; ;.

3. **Самостоятельная работа 3**

|  |  |
| --- | --- |
| Вариант 1  1.  2. Оцените решение учащегося от 0 баллов до 2 баллов.    Решение.      Ответ: | Вариант 2  1.  2. Оцените решение учащегося от 0 баллов до 2 баллов.    Решение.      Ответ: |
| Вариант 3  1.  2. Оцените решение учащегося от 0 баллов до 2 баллов.    Решение.  1)  2)  ,  Если , то  Если , то  3) это не может быть  Ответ: | Вариант 4  1.  2. Оцените решение учащегося от 0 баллов до 2 баллов.    Решение.  1)      2)  возведем обе части в квадрат      Ответ: ; |
| Вариант 5  1.  2. Оцените решение учащегося от 0 баллов до 2 баллов.    Решение.  1)      2)    решений нет  Ответ: | Вариант 6  1.  2. Оцените решение учащегося от 0 баллов до 2 баллов.    Решение.        Уравнение  решений не имеет.  Ответ: |
| Вариант 7  1.  2. Оцените решение учащегося от 0 баллов до 2 баллов.    Решение.  Если , то    Если  то    ОДЗ    не подходит по ОДЗ  Ответ: | Вариант 8  1.  2. Оцените решение учащегося от 0 баллов до 2 баллов.    Решение.  или      Ответ: , |
| Вариант 9  1.  2. Оцените решение учащегося от 0 баллов до 2 баллов.    Решение.      Ответ: | Вариант 10  1.  2. Оцените решение учащегося от 0 баллов до 2 баллов.    Решение.  ОДЗ        Чертеж  Ответ: |

Ответы:

В1 1. 2. 0 ; В2 1. 2. 1

В3 1. ;  2. 2 ; В4 1. 2. 0

В5 1.  2. 0 ; В6 1.  2. 1

В7 1.  2. 2 ; В8 1. ; - 2. 0

В9 1.  2. 2 ; В10 1.  2. 2

**4. Домашнее задание.**

1.  Ответ: 

2. Определите число корней уравнения на отрезке Ответ: 1

3. Найдите число корней уравнения  Ответ: 4

4. Решите уравнение  Ответ: 

5. Решите уравнение  Ответ: 

**Применение свойств функций при решении уравнений**

Решите уравнение  Ответ: 6

1. Решите уравнение  Ответ: -1
2. Решите уравнение  Ответ: 16
3. Решите уравнение  Ответ: 6; -3
4. Решите уравнение  Ответ: 3
5. Решите уравнение Ответ: 
6. Оцените решение учащегося от 0 баллов до 2 баллов.

Решите уравнение .

Укажите корни уравнения, принадлежащие отрезку 

Решение.

; 

1)  2) 

Отрезку принадлежат углы ;

б) 

Ответ эксперта: 1 балл

1. Решите уравнение 

Решение.

; ,  для любого 

2. Решите уравнение 

Решение.

Так как  а , то   

Ответ: 0

3. Решите уравнение 

Решение.

Так как  при любом  и  при любом , то уравнение может иметь решения, только если   

Ответ: 2

4. Решите уравнение 

Решение.

 или 

 нет решений









Ответ: 4

5. Решите уравнение 

Решение.

Так как и , то .

 и , а .

Уравнение может иметь решения, только если 

; ; ; 

Ответ: 

6. Решите уравнение 

Решение.

,  для любого 

  ; Ответ: 

7. Решите уравнение 

Решение.

; ; 

  ; Ответ: -3

8. Решите уравнение 

Решение.

; ; 

 ; Ответ: 5

**3. Самостоятельная работа 4**

|  |  |
| --- | --- |
| Вариант 1   1. Решите уравнение 2. Решите уравнение | Вариант 2   1. Решите уравнение 2. Решите уравнение |
| Вариант 3   1. Решите уравнение 2. Решите уравнение | Вариант 4   1. Решите уравнение 2. Решите уравнение |
| Вариант 5   1. Решите уравнение 2. Решите | Вариант 6   1. Решите уравнение     2. |
| Вариант 7   1. Решите уравнение | Вариант 8   1. Решите уравнение |
| Вариант 9   1. Решите уравнение | Вариант 10   1. Решите уравнение |

Ответы:

В1 1. -2,5 2. ; В2 1. -1,5 2. 

В3 1. 0,2 2. ; В4 1. 0,5 2. ; В5 1. 3 2. 

В6 1. 2 2.  ; В7 1. 0 2. 

В8 1. 6 2.  ; В9 1.  2.  ; В10 1.  2. 

**4. Домашнее задание.**

1. Найти сумму корней уравнения  Ответ: 

2. Решите уравнение  Ответ: 

3. Решите уравнение  Ответ: 

4. Вычислите  Ответ: -3

5. Решите уравнение  Ответ: 0,5

6. Решите уравнение  Ответ: 

**Логарифмическая функция при решении комбинированных уравнений.**

**1. Устно (проверка дом. задания если необходимо)**

1. Найти значение выражения ;;

2. Решите уравнение 

3. Вычислите .

4. Четыре ученика независимо друг от друга решали уравнение , заменяя его на равносильную (по их мнению) систему, совокупность или равносильное уравнение. Укажите верный результат.

1)  2) 

3)  4) 

Ответ: 3

5. При подготовке к ЕГЭ четыре ученика независимо друг от друга решали уравнение

 заменяя его на равносильную (по их мнению) систему, совокупность или равносильное уравнение. Укажите верный результат.

1)  2) 

3)  4) 

Ответ: 4

6. Оцените решение ученика от 0 баллов до 2 балла

Решите уравнение  

Решение.

; ; ;

 или ;  ; ; 

1  2



Ответ: ; 

Ответ эксперта: 0 баллов

**2. Карточки**

1. Решите уравнение  Ответ: 

2. Решите уравнение  Ответ: -3

3. Решите уравнение  Ответ: 3 и -5

4. Найти сумму квадратов всех корней уравнения  Ответ: 200,02

5. Найти произведение всех корней уравнения  Ответ: 243

**1. Решите уравнение **

Решение.

;**; **

Пусть ; ; .

 или 

Функция возрастающая, а функции и убывающие, значит, если у уравнения есть корень, то он единственный.

Ответ: 16; 4.

2. Решите уравнение 

Решение.

 или 

1.  нет решений

2.  

Ответ: 6

3. Решите уравнение 

Решение.



1. 

 или 

не удовлетворяет 

условию 

2.  ; Ответ: 

4.Решите уравнение 

Решение.

; 

  ; Ответ: 

5. Решите уравнение 

Решение.



1. ; 

;  

2. Если  то , поэтому  не удовлетворяет условию

3. Если  то , поэтому удовлетворяет условию задачи

4. Если , то , поэтому  не удовлетворяет условию задачи

Ответ: 

6. Решите уравнение 

Решение.

1.   

2. ; ;  , где 

Так как ,  ; Ответ: 

7. Решите уравнение 

Решение.

; Ответ: 

**Самостоятельная работа 5**

|  |  |
| --- | --- |
| Вариант 1   1. Найти сумму всех корней уравнения     2. Решите уравнение | Вариант 2   1. Решите уравнение 2. Решите уравнение |
| Вариант 3   1. Решите уравнение 2. Решите уравнение | Вариант 4   1. Найти наименьший корень уравнения 2. Решите уравнение |
| Вариант 5   1. Найти сумму всех корней уравнения   2. Решите уравнение | Вариант 6   1. Решите уравнение 2. Решите уравнение |
| Вариант 7   1. Решите уравнение 2. Решите уравнение | Вариант 8   1. Найти сумму всех корней уравнения 2. Решите уравнение |
| Вариант 9   1. Решите уравнение 2. Решите уравнение | Вариант 10   1. Найти произведение всех корней уравнения 2. Решите уравнение |

Ответы:

В1 1. 13 ,2. ; В2 1. 2, 2. ; В3 1. ; 2. 

В4 1. -10;2. ; В5 1. -8; 2. В6 1. 8; 2. 

В7 1. 0; -3; 2. ;В8 1. 22; 2. 

В9 1. 5; 2. ; В10. 1. 128;2. 

**Домашнее задание**

Решите уравнения

1.  Ответ: 

2.  Ответ: 

3.  Ответ: 4

4.  Ответ: 

5.  Ответ: 

Решение 4 и 5 задания домашнего задания.

4.Решение.

 Ответ: .

5.Решение

Ответ: 

**Отбор корней тригонометрического уравнения на отрезке**

Устно

1.Оцените решение ученика от 0 до 2 баллов

Решите уравнение . Укажите корни уравнения, принадлежащие отрезку 

Решение.

; ; ; ; 

1. ; 2. ; 3. 

Ответ: ; 

Ответ эксперта: 1 балл

2.Решите устно ; ;;;;

; ; 

3.Вычислите  (Ответ: 144)

4.Решите уравнение ;; 

Карточки

1. Решите уравнение ; 
2. Решите уравнение ; 

3.Решите уравнение . Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку ; ; ; .

4.Решите уравнение . Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку .

Работа в тетради.

1. Решите уравнение  Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку .

Решение.

Уравнение сводится к однородному уравнению: ; или 

 , . Отберем корни на отрезке: 

Ответ: 

2. Решите уравнение  Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку .

Решение.

Сводим к квадратному уравнению: .Тогда  и .Отбирая корни на единичной окружности, получим: .

Ответ: ; .

3. Решите уравнение . Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку .

Ответ: ; 

4. Решите уравнение . Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку .

Ответ: 

5. Решите уравнение . Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку .

Ответ:  

6. Решите уравнение . Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку .

Ответ: 

7. Решите уравнение . Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку .

Ответ: 

8. Решите уравнение . Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку .

Ответ: 

**Самостоятельная работа 6**

|  |  |
| --- | --- |
| Вариант 1  1. Решите уравнение  Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  2.Решите уравнение . Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку | Вариант 2  1. Решите уравнение  Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  2.Рещите уравнение . Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку |
| Вариант 3  1.Решите уравнение . Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  2.Решите уравнение . Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку | Вариант 4  1. Решите уравнение . Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  2.Решите уравнение . Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку |
| Вариант 5  1.Найти наименьший положительный корень уравнения, ответ дайте в градусах:  2.Решите уравнение . Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку | Вариант 6  1. Найти наибольший отрицательный корень уравнения; ответ дайте в градусах:  2.Решите уравнение . Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку |
| Вариант 7  1.Найти наибольший отрицательный корень уравнения, ответ записать в градусах  2. Решите уравнение . Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку | Вариант 8  1.Найти наибольший корень уравнения , принадлежащий отрезку ; ответ дайте в градусах.  2. Решите уравнение . Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку |
| Вариант 9  1.Найти число корней уравнения при  2.Решите уравнение . Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку . | Вариант 10  1.Решите уравнение . Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  2.Решите уравнение . Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку |

Ответы:

В1 1. 2. 

В2 1.  2. 

В3 1. 2. 

В4 1.  В5 1. 270;2.

В6 1. -60;2. ; 

В7 1.-90;2. 

В8 1. -210;2. 

В9 1. 1;2. ; 

В10.1.;  2.;



**Домашнее задание**

1.Решите уравнение . Найдите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку .Ответ: ; 

2. Решите уравнение . Найдите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку Ответ: 

3.Решите уравнение . Найдите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку .Ответ: 

4.Решите уравнение . Найдите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку .Ответ: 

**Занятие 7**

**Обобщающее повторение**.

Проверка домашнего задания (если необходимо)

**Устно**

1. Четыре ученика независимо друг от друга решали уравнение , заменяя его на равносильную (по их мнению) систему, совокупность или равносильное уравнение. Укажите верный результат.

1)  2) 

3)  4) 

Ответ: 4

1. Четыре ученика независимо друг от друга решали задачу С1 из ЕГЭ: «Решите уравнение ». Каждый из них получил уравнение (совокупность, систему), которое на его взгляд равносильно этому уравнению. Укажите верный результат.

1)  2) 

3)  4) 

Ответ: 2

3. Решите уравнение

|  |  |
| --- | --- |
| 1. ; | 2. ; |
| 3. ; | 4. ; ; |
| 5. ; | 6. Найти наибольший отрицательный корень |
| 7. Найти наименьший положительный корень уравнения | 8. Найти значение выражения , если |

**Карточки**

1.  Ответ: 

2.  Ответ: 

3.  Ответ: 

4.  Ответ: 

5. . Найдите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку . Ответ: 

1. **Решите уравнение **

Решение.

; ; ;

; ;  

Ответ: 

1. Решите уравнение 

Решение.

;  Так как , то .  или ; 

Ответ: 

1. Найти все решения уравнения , удовлетворяющие условию 

Решение.

 ; ;

;  или 

 или 

Условию  удовлетворяют  и .

Ответ: 

1. Решить уравнение 

Решение.

 ; Ответ: 

1. Решите уравнение 

Решение.

   где  (так как )

Ответ: 0, 

1. Найдите все значения , при каждом из которых выражения  и принимают равные значения.

Решение.

=;

;, 

 ; Ответ: 

1. Решите уравнение .

Решение.

 .Ответ: .

8. Решите уравнение . Найдите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку .Ответ: 

**Самостоятельная работа**

|  |  |
| --- | --- |
| Вариант 1  1.Решите уравнение:    2.Решите уравнение | Вариант 2  1.Решите уравнение  2.Решите уравнение |
| Вариант 3  1.Решите уравнение      2.Решите уравнение | Вариант 4  1.Решите уравнение  2.Решите уравнение |
| Вариант 5  1.Решите уравнение  2.Решите уравнение | Вариант 6  1.Решите уравнение    2.Решите уравнение |
| Вариант 7  1.Решите уравнение    2.Решите уравнение | Вариант 8  1.Решите уравнение    2.Решите уравнение |
| Вариант 9  1.Решите уравнение  2.Решите уравнение | Вариант 10  1.Решите уравнение  2.Решите уравнение |

**Ответы**

В1 1.  2. -1; В2 1.2. 1;В3 1.  2. -3

В4 1. 2. 27;В5 1. 2. В6 1. 2. -2,5

В7 1. 2.;В8 1. 2.0,5  
В9 1.2. 0,.;В10 1. 2.36