Развитие творческих способностей обучающихся на уроках математики в условиях реализации ФГОС.

 Учитель математики

 МКОУ Сосновоборской СШ

 Урлапова Юлия Владимировна

Главной целью современного образования является развитие и воспитание интеллектуальной, свободной, мобильной, нравственной и творческой личности. В свете измерения качества системы образования, на одно из первых мест выходит проблема формирования мобильности, умения принимать решения в нестандартных ситуациях. Поэтому развитие творческих способностей учащихся является важнейшей задачей современной школы.

 Суть творческого развития заключается в создании учителем особых условий, в которых дети могут самостоятельно, но под руководством учителя найти решение задачи, построить эффективную модель. А одним из путей творческого развития при изучении математики является формирование у учащихся характерных для математики приёмов мыслительной деятельности. Владение этими приёмами необходимо для самостоятельного управления процессом решения творческих задач, применения знаний в новых, необычных ситуациях. Овладение этими приёмами происходит через решение развивающих задач.

Работа с развивающими задачами позволяет формировать в соответствии с требованиями ФГОС такие *личностные результаты,* как формирование целостного мировоззрения, соответствующего современному уровню развития науки. *Метапредметные результаты:* умение соотносить свои действия с планируемыми результатами, осуществлять контроль своей деятельности в процессе достижения результата, осознанно выбирать наиболее эффективные способы решения учебных и познавательных задач; умение оценивать правильность выполнения учебной задачи, собственные возможности ее решения; умение определять понятия, создавать обобщения, устанавливать аналогии, классифицировать, самостоятельно выбирать основания и критерии для классификации, устанавливать причинно-следственные связи, строить логическое рассуждение, умозаключение (индуктивное, дедуктивное и по аналогии) и делать выводы; умение создавать, применять модели и схемы для решения учебных и познавательных задач. *Предметные результаты:* умение работать с учебным математическим текстом (анализировать, извлекать необходимую информацию), точно и грамотно выражать свои мысли с применением математической терминологии и символики, проводить классификации*,* логические обоснования, доказательства математических утверждений*;* представление о математике как о методе познания действительности, позволяющем описывать и изучать реальные процессы и явления; применение способа поиска решения задачи, в котором рассуждение строится от условия к требованию или от требования к условию; решение логических задач.

 Организовать работу с развивающими задачами можно распределяя их по изучаемым темам в течение учебного года или нескольких лет. Трудность решаемых задач нарастает постепенно, распределена во времени. Задачи подбираются с последовательно взаимосвязанными заданиями, в которых предшествующие подсказывают идеи, пути решения последующих задач.

 В результате тот или иной приём закрепляется постепенно и ненавязчиво, а у большинства учащихся есть возможность освоиться с этими задачами и постепенно научиться применять эвристику того или иного приёма для решения задач.

Основные виды эвристических приёмов мышления, направленных на развитие умственных и творческих способностей школьников.

Подборка задач, на каждый вид эвристического приёма, приведёна *в приложении*.

*1. Инверсия.*

Под инверсией мы понимаем перестановку членов выражения с целью получения нового выражения, более удобного для выполнения последующих преобразований.

Формирование этого приёма начинаем с темы «Сложение и вычитание натуральных чисел».

1. Найти сумму первых двадцати натуральных чисел.
2. Задача, решённая Гауссом 1+2+3+…+100=?
3. Найдите сумму 1+2+3+…+111.

 Пусть S=1+2+3+…+111, S=111+110+109+…+1, тогда 2S=112$∙111, $

$$ S=56∙111=6216$$

Постепенно усложняем задания.

 4) Найти сумму нечётных чисел, встречающихся в первой сотне.

1+3+5+…+97+99=(1+99)+(3+97)+…+(49+51)=25$∙$100=2500.

Серию задач распределяем во времени, последовательно и постепенно переходим к более сложным задачам. Так ненавязчиво формируется эвристика инверсии.

*2. Введение вспомогательной неизвестной.*

Введение вспомогательной неизвестной – это эвристический приём, используемый в алгебре для формоизменения текста задачи.

 В 5-м классе можно использовать вид этого приёма – это использование различного рода обозначения чисел или числовых выражений с целью упрощения процесса вычислений.

Тема: «Сложение и вычитание обыкновенных дробей с одинаковыми знаменателями», пример $96∙\frac{7}{125}+97∙\frac{11}{125}-\frac{2}{125}-192∙\frac{9}{125} $.

Решение. Пусть $\frac{9}{125}=α;\frac{2}{125}=b, тогда 96∙\left(a-b\right)+97∙\left(a+b\right)-b-192a=a.$

Ответ. $\frac{9}{125.}$

Такие примеры хороши для дифференцированной работы на уроке, сильные – отыскивают путь решения, слабенькие – в очередной раз отрабатывают распределительный закон и упрощение выражений.

*3. Приём получения следствий.*

Приём получения следствий состоит в том, что раскрытие содержания исходных данных задачи даёт возможность получить некоторые выводы, а из полученных результатов сделать новые выводы и т.д. Нередко, таким образом, удаётся найти решение задачи.

Тема: «Умножение натуральных чисел».

Пример 1. Сколько всего прабабушек и прадедушек было у всех ваших прапрабабушек и прапрадедушек?

Решение. У каждого человека было 8 прапрабабушек и 8 прапрадедушек, всего 16 человек. У каждого из этих 16-ти тоже было по 16 прямых предков в «четвёртом колене», следовательно, искомое число 16 $∙16=256.$

Тема: «Деление натуральных чисел».

Пример 2. Делимое в 6 раз больше делителя, а делитель в 6 раз больше частного. Чему равно делимое, делитель и частное.

Решение. Делимое в 6 раз больше делителя, следовательно, частное равно 6. Если частное равно 6, а делитель в 6 раз больше частного, следовательно, делитель равен 36 и, следовательно, делимое равно 36$ ∙6=216$. Ответ: делимое 216, делитель 36, частное 6.

*4. Принцип Дирихле.*

Основная идея задач, выводимых из принципа Дирихле, в следующем.Если разбить множество элементов на непересекающееся части и при этом количество частей меньше количества элементов множества, то среди частей обязательно есть такая, которая содержит более одного элемента.

 Пример 1. У каждого из пяти мальчиков было не меньше одного шара, а всего у них было 7 шаров. Мог ли кто-либо из них иметь: а) 3 шара; б) 4 шара?

Решение. Разобьём множество элементов на 5 частей: а) 1 1 1 1 3, следовательно, ответ да, б) 1 1 1 1 4, ответ нет.

Этот приём хорошо закреплять использованием серии однотипных заданий с постепенным усложнением на протяжении большого промежутка времени, что приводит к усвоению эвристики данного приёма.

*5. Перебор.*

Сущность данного приёма заключается в проведении перебора всех возможных случаев, описанных в задаче, что особенно ценно, в групповом анализе возможных решений.

В курсе 5-го класса можно решать огромное количество задач на перебор. Начинаем, как всегда, с простейших.

Пример 1. В двузначном числе в два раза больше единиц, чем десятков. Если к этому числу прибавить 36, то получится число, записанное теми же цифрами. Найдите это число.

Решение. Перебираем двузначные числа, удовлетворяющие условию12; 24; 36; 48. Прибавляем к каждому 36 и выбираем $12+36=48; 24+36=60; 36+36=72; 48+36=84 $ искомое число. Ответ: 48.

Постепенно, при решении задач такого плана, формируется определённый навык. И можно уже брать задания, где уже надо показать единственность решения.

Пример 2. На складе имеются гвозди в ящиках по 16 кг, 17 кг, 40 кг. Может ли кладовщик отпустить 100кг гвоздей, не вскрывая ящики?

Решение. 1). Если один ящик по 40 кг, то оставшиеся 60 нельзя получить из 16 и 17.

2). Аналогично, если взять 2 ящика по 40 кг. Следовательно, кладовщик может брать только ящики по 16 кг и 17 кг.

3). Один 16 кг, то 84 кг нельзя составить из ящиков по 17 кг.

4). Два по16 кг, то 16 $∙2=32; 68:17=4.$

Итак, 100 кг = 2$∙16 кг+4∙17 кг.$

Покажем, что задача имеет единственное решение.

$$3∙16=48$$

$$4∙16=64$$

$$5∙16=80$$

$$6∙16=96$$

Только по 17 нельзя, т.к. 100 не делится на 17.

Замечание. Второй путь. Рассмотреть 1, 2, 3, 4, 5 ящиков по 17 кг и подсчитать, можно ли оставшийся вес в каждом случае составить из ящиков по 16 кг.

Хорошо с помощью перебора отрабатывать: геометрический материал; задачи на движение, в которых не указано направление движения; порядок действий, в заданиях, где надо расставить всеми возможными способами скобки и т.д.

И, всё же, полный перебор требует больших усилий и большого времени. В связи с этим особо ценны задачи, где внимательный анализ условия позволяет найти систему перебора, охватывающую все возможные варианты, но более короткую, чем «лобовой» перебор.

Пример 3. На экскурсию едут 252 ученика школы. Для них заказаны несколько автобусов. Однако выяснилось, что если заказать автобусы, вмещающие на 6 человек больше, то автобусов потребуется на один меньше. Сколько больших автобусов надо заказать?

Решение. Составим математическую модель задачи.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Вид автобуса | автобусов | детей | всего детей |
| большие | х | у | 252 |
| маленькие | х + 1 | у – 6  | 252 |

$$\left\{\begin{array}{c}ху=252\\\left(х+1\right)\left(у-6\right)=252\end{array} \right.$$

Числа х и у не могут быть больше 252, однако полный перебор требует рассмотрения огромного числа вариантов. Но х и у – парные делители числа 252.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| х | 1 | 2 | 3 | 4 | 6 | 7 | 9 | 14 | 18 | 28 | 36 |
| у | 252 | 126 | 84 | 63 | 42 | 36 | 28 | 18 | 14 | 9 | 7 |

Но $\left(х+1\right)\left(у-6\right)$ тоже парные делители252, из таблицы видим, что это х=6 и у=46.

$ $ Ответ: 6 больших автобусов.

Пример 4. Задумано двузначное число, которое на 66 больше произведения своих цифр. Какое число задумано?

Математическая модель, х и у – цифры числа. $10х+у=ху+66,$

$$ху+66>66, следовавтельно, х\geq 6.$$

$$х=6, 60-5у=66, нет решений,$$

$$х=7, 70+у-7у=66$$

 $6у=4, $нет решений,

$$х=8, 80+у-8у=66$$

 $у=2,$

$$х=9, 90+у-9у=66$$

 у=3

Ответ: 82 или 93.

*6. Метод проб и ошибок.*

Это эвристический приём, который используется в тех случаях, когда у решающего нет более конструктивных идей. Действие метода не поддаётся строгому и полному описанию, т.к. его проявление в каждом конкретном случае строго индивидуально.

 Поэтому рассмотрим на конкретных примерах использование этого метода. Примеры – это всевозможные разрезания, расстановка знаков математических действий, всевозможный перебор цифр.

Интересными являются задачи, когда после получения математической модели, никакие известные правила преобразований не помогают найти ответ. Тогда и вступает в действие метод проб и ошибок, т.е. решение подбирается «экспериментально».

Пример 1. Одна сторона прямоугольного участка земли на 3м больше другой его стороны. Площадь участка равна 70$м^{2}.$ Найдите размеры этого участка.

Решение. Пусть х*м* – ширина, длина – (х+3)*м*, тогда $х\left(х+3\right)=70$.

Известные преобразования не позволяют найти решение, подбираем «экспериментально» методом проб и ошибок.

Пробуем х=4, $4∙\left(4+3\right)=26<70, следовательно, выбранное х слишком мало.$

Возьмём х=6, $6∙\left(6+3\right)$= 54, мало, но ближе к искомому.

Пусть х=7, $7∙\left(7+3\right)=70. $

Важно показать единственность решения. Если х$>7, то х+3>10, следовательно, произведение больше 70, то же самое при $

$$х<7.Таким образом, х=7-единственное решение.$$

Ответ: 7м и 10м.

Пример 2. Длину прямоугольника уменьшили на 3см, а ширину увеличили на 4см и получили квадрат. Найти сторону квадрата, если площадь прямоугольника равна 30$см^{2}$.

$$х-3=30:х+4$$

пробуем разные решения $х=5; 2\ne 6+4$

$$х=6; 3\ne 5+4$$

$$х=10; 7=7$$

$$х=15; 12\ne 6$$

Ответ: сторона квадрата 7см.

В старших классах ученики познакомятся с простыми алгоритмами решений, составленных уравнений, однако именно эвристические подходы наилучшим образом развивают мысль школьника, учат творчески подходить к процессу поиска решений, поэтому именно им уже с 5-го класса нужно отдавать предпочтение.

*7. Классификация.*

Это общепознавательный приём логического мышления. Позволяет разбить множество на классы на основании признака, существующего для данных объектов. При этом множество можно разбить на классы самыми разными способами, всё зависит от выбранного признака.

Именно выбор существенного признака для классификации и вызывает затруднение у учащихся, поэтому надо обучать приёму классификации с младших классов.

Пример 1. Подумайте, что объединяет данные слава, и отметьте в нижнем ряду слово, которое к ним подходит:

**четыре, восемнадцать, сто.**

*а) пять, б) одиннадцать, в) тридцать семь, г) нуль, д) один.*

Решение. 1-й вариант. Подходит слово нуль, т.к. числа 4,18,100 и 0 – чётные, а остальные нечётные.

2-й вариант. Число букв в каждом из данных слов и в словосочетании «тридцать семь» делится на три, поэтому подходит *в) тридцать семь.*

*8. Исключение лишнего.*

В данных заданиях несколько объектов в значительной степени сходны друг с другом и только один отличается от остальных*.* Главное требование – выявление лишнего объекта.

Тема: «Геометрические фигуры».

Пример. Исключите лишнюю фигуру.

 *а)* *б) в) г)*

Решение. 1-й вариант. Фигура *а) –* это замкнутая линия, а остальные незамкнутые.

2-й вариант. Фигура *б) –* ломаная, состоящая из двух звеньев, остальные из четырёх.

*9. Аналогия.*

Использование аналогии в математике является одной из основ поиска решения задачи. Развивать умение пользоваться приёмом аналогии можно с помощью задач, направленных на отработку таких познавательных приёмов, как проведение словесных аналогий и нахождение аналогий между фигурами.

Суть заданий в следующем. В верхнем ряду заданы три объекта. Между первыми двумя нужно установить определённую связь и, рассуждая аналогично, подобрать из нижнего ряда объект, имеющий такую же связь с третьим.

Пример. Заглавными буквами выделены три слова. Подумайте, как связаны первые два из них и укажите в списке *а) – г)* четвёртое слово, которое точно так же связано с третьим.

**Уменьшаемое – разность, множитель – …**

*а) сумма, б) вычитаемое, в) произведение, г) умножение.*

Решение. Уменьшаемое и разность – это названия одного из компонентов действий и результата действия вычитания. А множитель – название компонента действия умножения, следовательно, подходит *в) произведение.*

*10. Контрпример или подтверждающий пример.*

Это приёмы приведения примера, опровергающего данное утверждение. Начинаем с заданий на простое приведение контрпримера.

Пример 1. Приведите Контрпример к каждому из следующих выражений:

*а) все натуральные числа больше единицы;*

*б) любое натуральное число делится на 2;*

*в) всякое число, делящееся на 5, оканчивается цифрой 5;*

*г) все города России находятся в Европе;*

*д) все города Европы находятся в России;*

*е) в каждом месяце не меньше 30 дней;*

*ж) сумма двух натуральных чисел делится на 3;*

*з) произведение двух натуральных чисел больше их суммы.*

Затем берём задачи: верно ли, что если произведение 2-х натуральных чисел больше 100, то каждое число больше 10?

Решение. Нет, например. $8∙13=104>100, но 8<10.$

На приведение подтверждающего примера чаще всего используются задачи с формулировками: «верно ли», «существует ли», «можно ли».

Пример 3. Можно ли треугольник разрезать так, чтобы получились три четырёхугольника?

Решение.

*11. Рассмотрение крайних случаев.*

Смысл приёма в том, чтобы на основе изучения поведения объекта, в крайних случаях, исходя из наибольших и наименьших значений, выявить область поиска решения задачи.

Пример 1. Расстояние от пункта А до В 6 км, а от пункта В до С вдвое больше. Может ли расстояние между пунктами А и С быть: *а) 19км; б) 6км; в) 10 км; г) 4км?*

Решение. Наибольшее расстояние между А и С 18км.

 А 6км В 12км С

Наименьшее – 6 км. В А 6км С

Следовательно, все возможные значения расположены в пределах от 6 до 18, таким образом, *а) нет; б) да; в) да; г) нет.*

Пример 2. Вова утверждал, что в этом году будет месяц с пятью воскресеньями и пятью средами. Прав ли он?

Решение. Рассмотрим самый благоприятный случай, когда в месяце 31 день. Так как $31=4∙7+3,$ но среди трёх идущих подряд дней недели не могут быть и воскресенье и среда, а лишь один из этих дней, то в этом месяце может быть либо 5 воскресений и 4 среды, либо 4 воскресенья и 5 сред, следовательно, Вова не прав.

*12. Анаграммы, нахождение общего окончания, цепочка слов, омонимы лексические.*

Серия эвристических приёмов, которые направлены на развитие языковых способностей школьников, на обогащение их активного словаря.

Пример 1. Название единицы измерения одной из математических величин.

**Нект**

**Пож (…)**

**Ком**

**Пов** Ответ:ар

Пример 2. **За(…)троль** Ответ: кон.

 Пример 3. Заряд (…) запись отношения чисел. Ответ: дробь.

Пример 4. **ДВАКАТАР.** (вектор)

Эти упражнения направлены на формирование умений оперативно работать со словесным материалом, на непринуждённое запоминание математической терминологии и активизацию познавательной деятельности школьников.

*13. Логические задачи.*

Логические задачи не имеют прямой связи с каким-либо учебным материалом. Их можно использовать с целью воспитания умения проводить доказательные рассуждения. Сюда относятся задачи на взвешивания, переливания, разрезания.

Пример 1. В мешке 24 кг гвоздей. Как, имея только чашечные весы без гирь, отмерить 9 кг гвоздей?

Решение. $1) 24:2=12; 2) 12:2=6; 3) 6:2=3; 4) 6+3=9.$

Пример 2. Из девяти монет одна фальшивая, она легче остальных. Как за два взвешивания на чашечных весах без гирь определить, какая именно монета фальшивая?

Решение. 1) Взять по три монеты. Если весы в равновесии, то фальшивая в тройке не на весах, если равновесия нет, то фальшивая в лёгкой тройке. 2) Взять по одной монете, если весы в равновесии, то фальшивая не на весах, если равновесия нет, то фальшивая легче.

Пример 3. Как из восьмилитрового ведра, наполненного молоком, отлить 1л с помощью трёхлитровой банки и пятилитрового бидона?

Решение.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Ведро 8л | 8 | 3 | 3 | 6 | 1 |
| Бидон 5л | 0 | 5 | 2 | 2 | 5 |
| Банка 3л | 0 | 0 | 3 | 0 | 2 |

При систематическом использовании задач на описанные выше приёмы можно помочь школьникам приобрести необходимый опыт и выработать собственную систему эвристических приёмов, позволяющих творчески подходить к решению незнакомых задач. Каждый эвристический приём может с успехом формироваться при изучении любого школьного предмета, являясь одним из метаспособов, т.е. методом, который помогает находить новые способы решения задач, нестандартные планы деятельности.

Для удобства в планировании такой работы учителю хорошо иметь систематизированную по темам школьного курса математики и приёмам эвристики подборку задач. Ниже приведены такие задачи с решениями.

**Приложение.**

*1. Инверсия.*

 **1.** Вычислите 99+95+91+…+7+3 – 1 – 5 – … – 89 – 93 – 97.

 Решение. 99+95+91+…+7+3 – 1 – 5 – … – 89 – 93 – 97= (99 – 97)+(95 – 93)+(91 – 89)+…+ (7 – 5)+(3 – 1)=2$∙25=50.$

 **2.** Найдите сумму 1+2+3+…+181 – 96 – 95 – … – 1.

*2. Введение вспомогательной неизвестной.*

Тема: «Натуральные числа и нуль», вычислить 2379$∙23782378-2378∙23792379$.

Решение.

$2378=х $, $2379=х+1$

$$23782378=10000х+х=10001х$$

$$23792379=10000\left(х+1\right)+х+1=10000х+10001$$

2379$∙23782378-2378∙23792379=$($х+1)∙10001х-х∙\left(10000х+10001\right)=0.$

*3. Приём получения следствий.*

**1**. Жили дед и баба. Была у них курочка Ряба. Курочка несёт каждое второе яичко простое, а каждое третье – золотое. Может ли такое быть?

Решение. Шестое яичко будет и вторым и третьим, т.к. 6 делится и на 2, им на 3. Ответ: нет.

**2**.Тема: «Обыкновенные дроби». Половина – треть некоторого числа. Какое это число?

Решение. $\frac{1}{2}-это треть числа, следовательно, само число \frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$.

**3**. Апельсин стоит 60 рублей и ещё $\frac{2}{3}$ того, что он стоит. Сколько стоит апельсин?

Решение. Так как апельсин стоит 60 рублей и ещё $\frac{2}{3}$ , то 60 рублей – это $\frac{1}{3}$ стоимости, следовательно, весь апельсин стоит 60$ ∙3=180 рублей.$

**4**. Сиропчик купил большую бутылку пепси и тут же, не отходя от киоска, выпил половину содержимого. Отойдя несколько шагов, он отпил ещё половину оставшегося в бутылке. Перед крыльцом дома Сиропчик отпил из бутылки ещё половину оставшегося в ней напитка, после чего в большущей бутылке осталось всего 200 г. пепси. Сколько пепси содержала бутылка в начале? Сколько пепси выпил Сиропчик?

Решение. 200$ ∙8=1600\left(г\right)- $пепси содержала бутылка в начале.

1600 – 200= 1400$ \left(г\right)-пепси выпил Сиропчик.$

**5**. Тема: «Объём прямоугольного параллелепипеда». Определить объём прямоугольного параллелепипеда, у которого площади трёх граней соответственно равны 12$см^{2}$, 15$см^{2} и 20см^{2}.$

Решение. $12=3∙4, 12=3∙5, 12=4∙5, следовательно, 3∙5∙4=60. $

**6**. По столбу высотой 10м. взбирается улитка. За день она поднимается по столбу на 5 метров, за ночь опускается на 4м. сколько дней ей потребуется, чтобы подняться на вершину столба?

Решение. За первый день улитка поднимется на 5м., а за ночь опустится на 4м., следовательно, за первые сутки окажется на высоте 1м., следовательно, за 5 суток она поднимется на 5 метров, следовательно, вершины достигнет на 6-й день.

**7.** Дочери 10 лет, а матери 36. Через сколько лет мать будет вдвое старше дочери?

Решение. Мать старше дочери на 36 – 10 = 26 лет, следовательно, когда дочери будет 26 лет, матери 52 года, следовательно, мать будет вдвое старше дочери через

 52 – 36 = 16(лет).

*4. Принцип Дирихле.*

**1.** В коробке лежат карандаши: 4 красных и 3 синих. В темноте берут карандаши. Сколько надо взять карандашей, чтобы среди них было не менее одного синего?

Решение. *к к к к с; 5 карандашей.*

**2.** В ящике 100 чёрных и 100 белых шаров. Какое наименьшее число шаров надо вытащить, не заглядывая в ящик, чтобы среди них наверняка было 2 шара одного цвета?

Решение. Из трёх шаров обязательно найдутся два одинакового цвета (т. к. всего два цвета), следовательно, достаточно трёх шаров. Двух шаров недостаточно, т.к. они могут оказаться разного цвета.

**3.** В ящике 100 белых, 100 красных,100 синих и 100 чёрных шаров. Какое наименьшее число шаров надо вытащить, не заглядывая в ящик, чтобы среди них было не меньше, чем 3 шара одного цвета?

Решение. Если вытащить наугад 8 шаров, то среди них может не оказаться трёх шаров одного цвета: 2 белых+2 красных+2 синих+2 чёрных. Если теперь вытащить ещё один шар, то обязательно получим 3 шара одного цвета. Ответ: 9 шаров.

**4.** В ящике 100 белых и 100 чёрных шаров. Какое наименьшее число шаров надо вытащить, не заглядывая в ящик, чтобы среди них наверняка было два шара белого цвета?

Решение. Может случиться так, что вначале мы вытянем 100 чёрных шаров и лишь затем 2 белых. Ответ: 102 шара.

**5** **.** В ящике лежит сотня флажков – красные, зелёные, жёлтые и синие. Какое наименьшее число флажков надо взять, не глядя, чтобы среди них оказалось не меньше, чем десять одноцветных?

Решение. В самом неблагоприятном случае можно набрать по 9 флажков каждого цвета, т.е. 36 флажков. Остаётся взять всего один флажок, чтобы получить 10 флажков одного цвета, т.е. надо взять 37 флажков.

**6.** В четырёх классах школы учатся 60 человек. Докажите, что хотя бы двое из них празднуют день рождения в одну и ту же неделю.

Решение. В году 52 недели. 1) пусть на каждой неделе празднуют день рождения менее 2-х учеников (т.е. 1 и 0), то таких учеников наберётся 52. Но, по условию, учеников 60. Значит, по крайней мере, два ученика из 60 празднуют дни рождения в одну и ту же неделю.

**7.** В классе 41 ученик написали по три контрольные работы. В результате учитель не поставил ни одной неудовлетворительной отметки, и каждый ученик получил все остальные отметки. Узнав об этом, один ученик заметил, что, по крайней мере, 7 человек получили одинаковые отметки по всем трём контрольным работам, а другой, подумав, сказал, что таких учеников с одинаковыми отметками, наверное, будет 8. Кто из них прав?

Решение. Разобьём класс на группы в соответствии со всевозможным набором отметок

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 345 | 354 | 435 | 453 | 543 | 534 |

1) если в каждой группе не более 6 человек, то в классе не больше 36, что противоречит условию;

2) т.к. в классе 41 человек, то хотя бы в одной группе не меньше 7 человек;

Не возможен случай, когда в каждой группе не больше 7 человек.

 Например: 6, 7, 7, 7, 7, 7, следовательно, первый ученик прав, а второй нет.

*5. Перебор.*

**1.** Тема: «Нумерация натуральных чисел». Найдите двузначное число, у которого произведение цифр равно наибольшему однозначному числу и число десятков меньше числа единиц.

Ответ. 19.

**2.** Тема: «Сложение и вычитание натуральных чисел». Лиса наловила 28 окуней и разложила их в 7 кучек так, что во всех кучках было разное число рыб. Попробуйте и вы так разложить.

Решение. $1+2+3+4+5+6+7=28$

**3.** Напишите девять цифр: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Не меняя порядка этих цифр, расставьте между ними плюсы и минусы, всего три знака, таким образом, чтобы в результате получилось 100.

Решение. $123-45-67+89=100.$

**4.** Распределите числа 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 на две группы так, чтобы сумма двух любых чисел в одной группе не была равна никакому числу второй.

Ответ: 2, 3, 5, 7, 8 и 4, 6.

**5.** Тема: «Умножение и деление натуральных чисел». Найдите такое двузначное число, чтобы при делении этого числа на сумму его цифр, получилось число, равное делителю.

Решение. Т.к. частное равно делителю, следовательно, искомое двузначное число равно квадрату однозначного.

Если $3∙3=9, $значит, искомое число будет среди 16,25,36,49,64,81. Условию удовлетворяет только 81, т.к. 81:(8+1)=9.

**6.** Тема: «Квадрат и куб числа». Если между цифрами двузначного числа поставить цифру 2, то получится трёхзначное число, равное квадрату исходного. Найти это число.

Ответ: 11, т.к. 112=121.

**7.** Двузначное число в сумме с числом, записанным теми же цифрами, но в обратном порядке, даёт полный квадрат. Сколько таких чисел.

Решение. Всего таких чисел восемь: 29, 92, 38, 83, 47, 74, 56, 65.

$$29+92=121; 38+83=121; 47+74=121; 56+65=121.$$

**8.** Тема: «Геометрические фигуры». Сколько четырёхугольников в пятиугольной звезде?

Ответ: 5.

**9.** Сколько получится острых углов, если внутри данного острого угла из его вершины провести 3 луча?

Ответ: 10 углов.

**10.** Сколько треугольников спрятано в квадрате?

Ответ: 44.

**11.** На какое наибольшее число частей можно разделить круг тремя прямыми.

Ответ: 7.

**12.** Периметр прямоугольника 28см. Может ли его площадь быть равной: а) 40см2;

б) 33см2?

Решение. $28:2=14; 14=10+4=> 4∙10=40\left(см^{2}\right)$

 $14=11+3=> 11∙3=33\left(см^{2}\right).$

**13.** Из 22 спичек сложить прямоугольник наибольшей площади.

Решение. На две смежные стороны прямоугольника уйдёт 22:2=11 спичек. Значит, эти стороны могут быть такими: 1 и 10, 2 и 9, 3 и 8, 4 и 7, 5 и 6, а площади соответствующих треугольников - 10, 18, 24, 28, 30. Следовательно, у искомого прямоугольника стороны 5 и 6.

**14.** Тема: «Действия с натуральными числами, порядок действий». Расставьте скобки всеми возможными способами, выберите наибольший и наименьший результаты:

100 – 20$∙$3+2

Решение.

|  |  |
| --- | --- |
| действия | пример |
| $$-$$ | $$∙$$ | + |
| 1 | 2 | 3 | (100 – 20)$∙$3+2=242 |
| 1 | 3 | 2 | (100 – 20$)∙($3+2)=400 |
| 2 | 1 | 3 | 100 – 20$∙$3+2=42 |
| 2 | 3 | 1 | невозможно |
| 3 | 1 | 2 | 100 – 20$∙$3+2=38 |
| 3 | 2 | 1 | 100 – 20$∙$3+2=0 |

Ответ: наибольший результат 400, наименьший 0.

**15.** Тема: «Задачи на движение». Расстояние между двумя машинами, едущими по шоссе, 200 км. Первая машина двигается со скоростью 60 км/ч, вторая – 80 км/ч. Чему будет равно расстояние между ними через 1ч?

Решение. Возможны 4 случая (сделать рисунки).

1) навстречу $200-(60+80)$=60(км);

2) в разные стороны $200+(60+80)$=340(км);

3) в одну сторону, вторая догоняет первую, $200+60-80$=180(км);

4) в одну сторону, первая догоняет вторую, $200+80-60$=220(км).

**16.** Расстояние между Атосом и Арамисом, едущими верхом по дороге, равно 20 лье. За 1ч Атос проезжает 4 лье, а Арамис – 5 лье. Какое расстояние будет между ними через 1ч?

Ответ: 1) $20-\left(4+5\right)=11\left(лье\right);$ 2) $20+\left(4+5\right)=29\left(лье\right);$ 3) $20+4-5=19\left(лье\right);$ 4) $20+5-4=21\left(лье\right).$

**17.** Расстояние между двумя велосипедистами, едущими по шоссе, равно 35 км. Скорость одного равна 12 км/ч, скорость другого – 15 км/ч. Какое расстояние будет между ними через 2ч?

Ответ: 89 км, 19 км, 41км или 29 км.

**18.** 36 карандашей разложили поровну в несколько коробок. Если бы коробок было на 2 меньше, то в каждую бы пришлось положить на 3 карандаша больше. Сколько коробок и сколько карандашей в каждой коробке?

Решение. 36 карандашей разложим в *х* коробок по *у* карандашей.

$\left\{\begin{array}{c}ху=36\\\left(х-2\right)\left(у+3\right)=36\end{array}\right.$.

*х* и *у* не могут быть больше, чем 36. Разобьём 36 на парные делители

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| х | 1 | 2 | 3 | 4 | 6 |
| у | 36 | 18 | 12 | 9 | 6 |

х=6; у=6 , (6-2)(6+3)=36

Ответ: было 6 коробок и 6 карандашей в каждой коробке.

**19.** Задумано двузначное число, которое на 52 больше произведения своих цифр. Какое число задумано?

Решение. пусть х – цифра десятков двузначного числа, у – цифра единиц, тогда

$$10х+у=ху+52$$

Перебор можно сократить, заметив, что правая часть больше52, значит, и задуманное число $10х+у>52, =>х\geq 52.$

Достаточно рассмотреть только значения х от 5 до 9.

$$х=5; 10х=ху-у+52; 50=5у-у+52; 4у=50-52, что невозможно;$$

$$х=6;5у=8, невозможно; $$

$$х=7; 6у=18, =>у=3;$$

$$х=8;7у=28, =>у=4;$$

$$х=9;8у=38,невозможно.$$

Ответ: 73 или 84.

*6. Метод проб и ошибок.*

**1.** Тема: «Арифметические действия над натуральными числами». Между некоторыми цифрами 1,2,3,4,5 поставить знаки действий и скобки так, чтобы значение выражения было равно 40.

Решение. $\left(12:3+4\right)∙5=40.$

**2.** Расставьте между семёрками знаки + и –.

7 7 7 7 7 7 7 7 7 = 7000.

Ответ: 7777 – 777 + 7 – 7

**3.** Расставьте знаки действий между четырьмя двойками, чтобы получить 7.

$$\left(\left(2+2\right)^{2}-2\right):2=7$$

**4.** Запишите наибольшее шестизначное число. Между какими цифрами этого числа надо поставить знаки – и : , а также скобки, чтобы в результате получить наименьшее трёхзначное число?

Ответ: (999 – 99):9.

**5.** Маша написала шестизначное число. В записи этого числа между двумя единицами стоит одна цифра, между двумя двойками – две цифры, между двумя тройками – три цифры. Найдите такое число.

Ответ: 231213 или 312132.

**6.** Запишите, возможно, большее многозначное число, каждая цифра которого больше суммы цифр, стоящих правее неё.

Ответ: 95210.

**7.** Миша написал восьмизначное число, в котором между двумя двойками – две цифры, между двумя тройками – три цифры, между двумя четвёрками – четыре цифры. Найдите такое число.

Ответ: 23421314 или 41312432.

**8.** Поставь скобки так, чтобы равенство было верным

$9664 :32-2∙195-37∙5=3000$.

Ответ: $\left(9664 :32-2\right)∙(195-37∙5)=3000$

**9.** Тема: «Треугольник». Проведя 2 прямые, разделить треугольник на: а) два треугольника и один четырёхугольник; б) два треугольника и один пятиугольник.

**10.** Тема: «Прямоугольник». Как разрезать на две части прямоугольник со сторонами 4см и 9см так, чтобы из них можно было сложить квадрат?

**11.** Площадь прямоугольника равна 68 дм2, а длина больше ширины на 13 дм. Каковы стороны этого прямоугольника? Ответ: 4дм и 17дм.

**12.** Длину прямоугольника уменьшили в 2 раза, а ширину увеличили на 1дм и получили квадрат. Найти сторону квадрата, если площадь прямоугольника равна 60$см^{2}$.

$$х:2=60:х+1$$

пробуем разные решения $х=4; 4:2\ne 60:х+1$

$$х=10; 5\ne 7$$

$$х=12; 6=6$$

$$х=20; 10\ne 4$$

Ответ: сторона квадрата 6дм.

*7. Классификация.*

**1.** Тема: «Величины и их измерения». Подумайте, что объединяет данные слава, и отметьте в нижнем ряду слово, которое к ним подходит:

**ДЛИНА, ПЛОЩАДЬ, МАССА**

*а) секунда, б) центр, в) объём, г) величина, д) метр.*

Решение. Подходит слово *объём*, т.к. все слова – названия величин.

**2.** Тема: «Геометрические фигуры». Что объединяет фигуры верхнего ряда на рисунке? Выберите среди фигур нижнего ряда ту, которая к ним подходит.

 *а) б) в) г).*

Ответ: в).

*8. Исключение лишнего.*

**1.** Исключите лишнее слово: **сумма, разность, множитель, частное.**

Ответ: множитель.

**2.** Исключите лишнее слово: **девять, двенадцать, восемь, пятнадцать.**

Ответ: восемь.

*9. Аналогия.*

**1.** Как связаны первые два из записанных слов? Укажите в списке *а) – г)* четвёртое слово, которое точно так же связано с третьим.

**САНТИМЕТР, МИЛЛИМЕТР, ГЕКТАР**

 *а) километр, б) квадратный дециметр, в) площадь, г) метр.*

Ответ: квадратный дециметр.

**2.** Как связаны первые два из записанных слов? Укажите в списке *а) – г)* четвёртое слово, которое точно так же связано с третьим.

**Ар, квадратный метр, дециметр**

*а) длина, б) метр, в) сантиметр, г) миллиметр, д) километр.*

Ответ: миллиметр.

**3.** Как связаны первые два из записанных слов? Укажите в списке *а) – г)* четвёртое слово, которое точно так же связано с третьим.

**КВАДРАТ, ПРЯМОУГОЛЬНИК, КУБ**

*а) прямоугольный параллелепипед, б) шар, в) ромб, г) пирамида.*

**4.** Как связаны первые две фигуры? Укажите в списке *а) – г)* четвёртую фигуру, которая точно так же связана с третьей.



Ответ: фигура в).

**5.** Как связаны первые две фигуры? Укажите в списке *а) – г)* четвёртую фигуру, которая точно так же связана с третьей.



Ответ: фигура б).

**6.** Как связаны первые две фигуры? Укажите в списке *а) – г)* четвёртую фигуру, которая точно так же связана с третьей.

 а) б) в) г)

Ответ: фигура г).

*10. Контрпример или подтверждающий пример.*

**1.** Можно ли число 45 представить в виде суммы нескольких натуральных чисел так, чтобы произведение всех этих чисел тоже было равно 45?

Ответ: да, можно. Например, $45=15+3+1+1+…+1=15∙3∙1∙…∙1$

 *27 единиц*

**2.** Можно ли число 72 представить в виде произведения нескольких натуральных чисел так, чтобы сумма квадратов этих чисел была равна 72?

Ответ: да, можно. Например, $72=2∙2∙2∙3∙3∙1∙1∙…∙1=2^{2}+2^{2}+2^{2}+3^{2}+3^{2}+1^{2}+1^{2}+…+1^{2}$

 *42 единицы.*

**3.** Можно ли число в треугольнике провести два отрезка так, чтобы:

 *а) треугольник делился на три треугольника;*

*б) треугольник делился на два треугольника и один четырёхугольник;*

*в) треугольник делился на три треугольника и один четырёхугольник.*

 *а) б) в)*

*11. Рассмотрение крайних случаев.*

**1.** Какое наибольшее число воскресений может быть в году? (53)

**2.** В году было 53 субботы. Какой день недели был 1 января этого года? (суббота)

*12. Анаграммы, нахождение общего окончания, цепочка слов, омонимы лексические.*

**1.** Анаграммы: двакатр – квадрат; ктеовр – вектор; оунск – конус, сукно; ртскео – сектор, корсет; прсе – серп, перс, репс; оулнк – клоун, кулон, уклон, колун; остр – сорт, торс, трос.

**2.** Общее окончание

**лас**

**фор (…)**

**лен**

Ответ:точка

**пери**

**диа (…)**

**мано**

Ответ:метр

**свир**

**кап (…)**

**яг**

**ц** Ответ:ель

**вор**

**бор (…)**

**кр**

**стор** Ответ:она

**3.** Цепочка слов.

**чело(…)тор** Ответ: век

**милли(…)офон** Ответ: грамм

**культ(…)внение** Ответ: ура

**бал(…)ус** Ответ: кон

**алго(…)ика** Ответ: ритм

**ком(…)балет** Ответ: ар

**4.** Омонимы лексические.

Мера угла (…) мера температуры. Ответ: градус

Четырёхугольник (…) вторая степень числа. Ответ: квадрат

Мера угла (…) мера температуры. Ответ: градус

Подземная часть растения(…)решение уравнения. Ответ: корень

Мера угла (…) мера времени. Ответ: минута.

*13. Логические задачи.*

**1.** Как, имея пятилитровую банку и девятилитровое ведро, набрать из реки ровно три литра воды?

Решение.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 5 | 0 | 5 | 0 | 4 | 4 | 5 | 0 | 5 | 0 |
| 9 | 9 | 4 | 4 | 0 | 9 | 8 | 8 | 3 | 3 |

**2**. Три сосуда вместимостью 20 л наполнены водой, причём в первом – 11 л, во втором - 7 л, а в третьем – 6 л. Как разлить имеющуюся воду поровну, если в сосуд разрешается наливать только такое количество воды, которое в нём уже имеется?

**3.** Есть 9 кг крупы и чашечные весы с гирями 50 г. и 200 г. Как в три приёма отвесить 2 кг крупы?

**4.** В пакете 3кг 600г крупы. Как разделить крупу на три части: две по 800 г и 2 кг, сделав три взвешивания на чашечных весах, имея одну гирю в 200 г?

**5.** Из трёх монет одна фальшивая, она легче остальных. За сколько взвешиваний на чашечных весах без гирь можно определить, какая именно монета фальшивая?

**6.** Из трёх монет одна фальшивая, но неизвестно, легче она или тяжелее остальных. За сколько взвешиваний на чашечных весах без гирь можно определить, какая именно монета фальшивая легче или тяжелее остальных?

*Литература.*

1. Фокин Б.Д. «Сборник занимательных задач по арифметике для 5 класса» - М: «Аркти», 2020 г.

2. Кострикина Н. П. «Задачи повышенной трудности в курсе математики 4-5 классов» - М: «Просвещение», 2016 г.

3. Соловейчик И.Л. «Я иду на урок математики. 5 класс», книга для учителя – М: «Первое сентября», 2021 г.

4. Дорофеев Г.В., Петерсон Л. Г. «Математика. 5 класс» часть 1 и часть 2 – М: «Ювента», 2022г.

5. Альхова З.Н. «Математика. 5 класс» 1-я часть: Тетрадь с печатной основой. – Саратов: «Лицей», 2021 г.